



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE DO PARANÁ**

**CAMPUS LUIZ MENEGHEL**

**LEONARDO CHIES GILLI**

**ANÁLISE DOS DADOS EPIDEMIOLÓGICOS POR  
MEIO DE CÁLCULO NUMÉRICO**

Bandeirantes

2013

**LEONARDO CHIES GILLI**

**ANÁLISE DOS DADOS EPIDEMIOLÓGICOS POR  
MEIO DE CÁLCULO NUMÉRICO**

Plano de TCC apresentado à  
Universidade Estadual do Norte do  
Paraná – *campus* Luiz Meneghel – como  
requisito parcial para obtenção do grau de  
Bacharel em Sistemas de Informação.

Orientador: Prof. Me. Christian James de  
Castro Bussmann

Co-orientador: Prof. Me. Bruno Miguel  
Nogueira de Souza

Bandeirantes

2013

**LEONARDO CHIES GILLI**

**ANÁLISE DOS DADOS EPIDEMIOLÓGICOS POR  
MEIO DE CÁLCULO NUMÉRICO**

Plano de TCC apresentado à Universidade Estadual do Norte do Paraná – *campus* Luiz Meneghel – como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Sistemas de Informação.

**COMISSÃO EXAMINADORA**

---

Prof. Me. Christian James de C. Bussmann  
UENP – *Campus* Luiz Meneghel

---

Prof. Me. Luiz Fernando Legore do Nascimento  
UENP – *Campus* Luiz Meneghel

---

Prof. Dr. Ederson Marcos Sgarbi  
UENP – *Campus* Luiz Meneghel

Bandeirantes, 06 de Dezembro de 2013

Dedico este trabalho em memória a meu avô Antônio, que com certeza estará sempre em meu coração e em minhas lembranças.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, pois sem ele com certeza nada disso estaria acontecendo.

Agradeço à minha mãe Celia Regina Chies Gilli por sempre estar ao meu lado me apoiando, me incentivando, me ajudando, sendo totalmente compreensível e pelo seu amor. Também agradeço ao meu pai Anezio Gilli Junior pelo apoio sem fim que sempre me deu e por sempre confiar em mim. Agradeço ao meu irmão Felipe Chies Gilli, por estar presente sempre que eu preciso e por sempre fazer parte de tudo que acontece em minha vida. Agradeço à minha avó Rosa Pescatori Chies por participar deste momento, e aos meus familiares.

A minha namorada Maria Carolina de Mello Moraes por fazer parte deste momento acreditando em mim, me ajudando, oferecendo apoio. Quero dizer para você Pê, que te amo muito mesmo meu amor, até nesse momento que estou escrevendo isso estou sentindo muita a sua falta e gostaria muito que você estivesse aqui comigo. Se hoje consegui chegar onde estou foi por sua causa, você foi um dos maiores motivos para eu estar aqui nesse momento, Te Amo muito meu amor.

Ao meu orientador Christian James de Castro Bussmann pela atenção e pela orientação dadas que contribuíram para minha formação e para a realização deste trabalho. Também agradeço a ele pelos 4 anos de estágio que me forneceram a base desta pesquisa e pela amizade destes anos todos.

A todos os professores desta instituição, cujo esforço e dedicação contribuíram para que eu pudesse me preparar e tornar a pessoa que sou hoje. Aos professores Luiz Fernando Legore do Nascimento e Ederson Marcos Sgarbi pela ajuda com críticas construtivas que vieram acrescentar muito neste trabalho e para a saudosa Cristiane Yanase Hirabara de Castro. Em especial, também agradeço ao professor Bruno Miguel Nogueira de Souza e ao professor José Reinaldo Merlin que estiveram presentes nos momentos em que precisei.

Agradeço também aos meus amigos que sempre estiveram ao meu lado dividindo momentos de alegrias e de tristezas, especialmente de alegrias. Sem vocês aqui eu não seria o mesmo. E também às novas amizades que foram criadas no decorrer da faculdade e que fizeram essa época da minha vida muito especial.

Essas novas amizades também ajudaram a formar a minha identidade hoje. Entre elas estão meus companheiros de república Alan Mercurys, Mateus Zaneli,

Daniel de Pauli, Guilherme e Rafael Mendes. Sem esquecer é claro meus colegas de classe, em especial a turma do fundo Matheus Valera, Renan Leon, Lucas Dynczuki, Lucas Viveiros, Lucas Belchior, Roberto Komessu, Eliton (Tchuka), Lucas Mendez, Ricardo Medeiros.

Aos meus colegas de curso. Pela amizade sincera, pelo carinho e pelo convívio gratificante.

Também agradeço aos que aqui não foram citados, mas fizeram parte da minha vida nesses quatro anos e merecem um agradecimento.

*“É preciso força para  
sonhar e perceber que a  
estrada vai além do que se  
vê”. (Los Hermanos).*

## RESUMO

Epidemias são doenças que ocorrem com uma magnitude maior do que a esperada, elas comumente se expandem sem controle. Um crescimento epidemiológico pode ser considerado como uma Dinâmica Populacional, que nada mais é que a variação de indivíduos de uma população. O trabalho proposto é utilizar cálculos numéricos para conseguir com isso uma maior análise desses problemas epidemiológicos. O cálculo numérico nos dá uma série de métodos para utilização, porém os escolhidos foram os métodos de Euler, Euler Aprimorado e Runge-Kutta. Esses por serem de primeira ordem são mais fáceis de trabalhar e por já ser de praxe a utilização para problemas de Dinâmica Populacional. Para tal, foi utilizado o Scilab como ferramenta para criação do modelo para resolução dos dois métodos e auxiliar em nossa pesquisa. Com os métodos e o modelo matemático pronto foi possível ter uma aproximação da reta real e com isso provar que os dados estão corretos, para que se possa mostrar uma previsão futura e uma possível estabilidade da epidemia.

**Palavras-chave:** Dinâmica Populacional, Cálculo Numérico, Métodos Numéricos, Scilab.



## **ABSTRACT**

Epidemics are diseases that occur with a greater magnitude than expected, they commonly expand unchecked. An epidemiological growth can be considered as a Population Dynamics, which is nothing but the variation of individuals in a population. The proposed work is to use numerical calculations to achieve this with greater analysis of epidemiological problems. The numerical calculation gives us a number of methods to use, but the methods were chosen Euler, Euler Enhanced and Runge-Kutta. These to be of first order are easier to work and practice will now be used for problems of Population Dynamics. To this end, Scilab was used as a tool to create the model for resolution of the two methods and assist in our research. With the methods and mathematical model was ready possible to have an approximation of the real line and thus prove that the data is correct, so you can show a future prediction and stability of a possible epidemic.

**Keywords:** Population Dynamics, Numerical Calculations, Numerical Methods, Scilab.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Método de Euler.....	23
Figura 2 - Método de Euler Aprimorado.....	25
Figura 3 – Modelo Matemático do Método de Euler .....	30
Figura 4 - Gráfico Comparativo .....	33
Figura 5 - Gráfico de Análise Futura.....	34
Figura 6 - Linha de Tendência Euler .....	35
Figura 7 - Linha de Tendência Euler Aprimorado.....	35
Figura 8 - Linha de Tendência Runge-Kutta .....	36
Figura 9 - Malária na Região Amazônica.....	38

## **LISTA DE TABELA**

Tabela 1 - Número de Infectados.....	31
Tabela 2 - Resultado da Ferramenta.....	32
Tabela 3 - Variação Percentual dos Métodos .....	37
Tabela 4 - Comparação entre os Métodos de Euler e Euler Aprimorado.....	39

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

DC – Dengue Clássica

EDO – Equação Diferencial Ordinária

FHD – Febre Hemorrágica da Dengue

LMI – *Leadership Management International*

OMS – Organização Mundial da Saúde

RK – Runge-Kutta

SCD – Síndrome do choque da dengue

## LISTA DE SÍMBOLOS

f – Função

h – Incremento

x – Valor da variável no tempo

y – Número que representa os resultados obtidos

$\Delta$  – Variação

K – Constante de estabilidade

r – Razão

n – Número de iterações

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>15</b>
1.1	OBJETIVOS.....	16
1.1.1	Objetivo Geral.....	16
1.1.2	Objetivo Específico .....	16
1.2	JUSTIFICATIVA.....	16
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>18</b>
2.1	EPIDEMIAS .....	18
2.1.1	DENGUE .....	18
2.2	DINÂMICA POPULACIONAL.....	20
2.3	CÁLCULO NUMÉRICO.....	21
2.3.1	Equações Diferenciais Ordinais.....	22
2.4	MÉTODOS NUMÉRICOS .....	22
2.4.1	Método de Euler .....	22
2.4.2	Euler Aprimorado.....	24
2.4.3	Método de Runge-Kutta.....	25
2.5	SCILAB.....	26
<b>3</b>	<b>DESENVOLVIMENTO.....</b>	<b>28</b>
3.1	MÉTODO .....	28
3.2	HIPÓTESE.....	29
3.3	MÉTODOS MATEMÁTICOS .....	29
3.4	RESULTADOS OBTIDOS .....	31
3.4.1	Previsão Futura .....	33
3.4.2	Linhas de Tendência .....	34
3.4.3	Variação Percentual dos Métodos .....	36
3.4.4	Epidemia – Malária .....	37
3.4.5	Euler x Euler Aprimorado x Runge-Kutta.....	38
<b>4</b>	<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>40</b>
<b>5</b>	<b>TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>41</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>42</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Segundo Pereira (2007), epidemias são os estudos de doenças transmissíveis que se alastram de um indivíduo à outro por contato direto, doenças só são consideradas epidêmicas quando elas se acarretam para fora de uma determinada região (faixa endêmica), ocasionando muitas mortes.

Muitas vezes, a falta de conhecimento sobre o acarretamento e desenvolvimento da doença pode ser um problema na hora de controlar. Outro problema é que não se sabe em que proporção a doença irá se desenvolver (velocidade de desenvolvimento da doença), em qual momento ela irá se estabilizar e em quanto tempo essa determinada doença irá se tornar estável.

Para poder amenizar este problema a utilização de métodos numéricos que tratam de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO's) pode auxiliar na tentativa de resolver este problema. A escolha de EDO se dá pelo fato que esta permite o trabalho com Dinâmicas Populacionais, mais especificamente, com o estudo de Crescimento Logístico.

Os métodos escolhidos dentro das EDO são os métodos de Euler e Euler Aprimorado, que são os mais fáceis e simples dentro das EDO por serem de primeira ordem e o de Runge Kutta para uma comparação com um método que não seja de primeira ordem.

Nesse trabalho é proposto o desenvolvimento de uma ferramenta computacional no Scilab que possa trabalhar essas equações e auxiliar no controle desses problemas populacionais. A ferramenta dará um diagnóstico que irá mostrar uma expectativa da velocidade com que a doença se desenvolve.

O trabalho está dividido em quatro capítulos: Introdução, Fundamentação Teórica, Desenvolvimento, Conclusão. No Capítulo 2 são mostrados conceitos sobre epidemias, dinâmica populacional, cálculos numéricos, métodos numéricos, Scilab. No Capítulo 3 é apresentado o desenvolvimento do trabalho e os resultados obtidos. Por último, no Capítulo 4, são apresentadas as conclusões do trabalho.

## **1.1 OBJETIVOS**

### **1.1.1 Objetivo Geral**

O objetivo deste trabalho é realizar uma análise das doenças epidemiológicas com o auxílio de cálculo numérico.

### **1.1.2 Objetivo Específico**

- ✓ Realizar uma estimativa para qual valor a epidemia tende a convergir;
- ✓ Realizar uma estimativa em que momento ela tende a se estabilizar;
- ✓ Estimar em que velocidade a epidemia irá se estabilizar;

## **1.2 JUSTIFICATIVA**

Segundo Nichiata et al. (2003) a vigilância epidemiológica é acomodada fundamentalmente das seguintes atividades:

- ✓ Coletar e processar os dados;
- ✓ Analisar e interpretar os dados;
- ✓ Disseminar as informações produzidas e recomendar as medidas de controle apropriadas;
- ✓ Promover as ações de controle;
- ✓ Avaliar as medidas adotadas e retroalimentar as informações produzidas.

De acordo com Nichiata et al. (2003), os sistemas de informação é o principal responsável pela maior produção dos dados e cada vez mais se exige que o sistema seja capaz de receber, arquivar e distribuir dados de maneira rápida e eficiente.

Para Nichiata et al. (2003) a única maneira de obter informações com tais características são baseados em sistemas informatizados, que ao serem implementados substituem formas manuais utilizadas no passado.

Segundo Nichiata et al. (2003) a informática vem crescendo de maneira rápida, não só dentro da própria, mais também para outros campos e outras áreas.



Nos dias de hoje a computação está com um desenvolvimento exponencial, o que torna quase tudo dependente da tecnologia obtida por ela.

Com isso pode-se perceber que a informática não é meramente uma área isolada, mais sim composta e introduzida a vários outros campos.

Como problemas epidêmicos são extremamente comuns, onde surge a cada instante uma doença contagiosa nova (gripe do frango, gripe suína, novas doenças sexualmente transmissível, etc.) um programa que possa dar uma visibilidade maior para o problema existente é, não somente útil como também necessário.

Desta maneira surge a idéia de analisar problemas epidêmicos, por meio de cálculos matemáticos, ter uma estimativa de velocidade de crescimento da doença ao longo do tempo bem como o valor que a epidemia tende a convergir e até mesmo a estabilidade da doença.

Para a realização destes cálculos utilizaremos as Equações Diferenciais Ordinárias (EDO), pois por se tratar de dinâmicas populacionais já é de praxe a utilização dessas equações.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

No presente Capítulo são abordados, na Seção 2.1, conceitos de Epidemias; na Seção 2.2, conceitos de Dinâmica Populacional; na Seção 2.3, conceitos de Cálculos Numéricos; na Seção 2.4, conceitos de Métodos Numéricos; na Seção 2.5, conceitos de Scilab.

### 2.1 EPIDEMIAS

De acordo com Czeresnia e Ribeiro (2000) a epidemiologia tem como definição o estudo da repartição e dos complementos das doenças em populações humanas.

Já BARRETO (1998), define epidemiologia como:

“o estudo da distribuição e determinantes de estados e eventos relacionados à saúde em populações definidas, e a aplicação deste conhecimento para a resolução dos problemas de saúde” (LAST apud BARRETO, p.105 1988).

Segundo Pereira (2007) epidemia é um acontecimento acarretado em um determinado local da mesma forma, com uma magnitude maior do que a esperada. O conceito mais utilizado na epidemiologia é uma alteração, particular e cronologicamente demarcada, do bem estar na saúde de uma população, determinada pelo aumento contínuo de uma doença, atravessando um determinado ponto preestabelecido para a ampliação da doença.

Uma das epidemias com mais destaques nos dias é a Dengue.

#### 2.1.1 DENGUE

A dengue é uma doença de caráter epidêmico, transmitida por um mosquito e causada por um dos quatro sorotipos do vírus da dengue. Possui prevalência em países tropicais e subtropicais do mundo, incluindo o Brasil, ocorrendo maiores epidemias na época do verão durante ou após os períodos chuvosos. É importante ressaltar que esta doença está em expansão sendo esperados maiores números de infectados nos próximos anos, pois os fatores responsáveis pela reemergência

destas infecções são difíceis de serem eliminados. (MARTINS; CASTIÑEIRAS, 2008).

De acordo com Dias et al. (2010) a dengue pode ser transmitida por meio da picada dos mosquitos *Aedes aegypti* ou *Aedes albopictu* contaminados. O *Aedes albopictus* é considerado o responsável por surtos no continente asiático não existindo nenhum relato dessa espécie infectada pelo vírus da dengue no Brasil, sendo assim, o *Aedes aegypti* pode ser considerado o principal transmissor no Brasil. Estes mosquitos possuem hábitos diurnos ao contrário do mosquito *Culex* que possui hábitos noturnos. Apesar de existir quatro sorotipos diferentes, no Brasil é possível diagnosticar somente três sorotipos que são o DENV1, o DENV2 e o DENV3 (MARTINS; CASTIÑEIRAS, 2008).

Segundo o Ministério da Saúde (2008) a dengue nos seres humanos pode aparecer de uma maneira benigna a grave dependendo de sua forma de apresentação, classificada em Dengue Clássico, Febre Hemorrágica da Dengue e Síndrome do Choque da Dengue.

No Brasil a dengue está cada vez maior e pode ser considerada um dos maiores problemas para a saúde mundial, é uma das mais frequentes doenças atualmente no Brasil, atingindo praticamente todos os estados do país, independente do local onde a pessoa mora ou sua classe social. Em 2007 apenas Santa Catarina não apresentou quadros da dengue vindo da própria região (MINISTÉRIO DA SAUDE, 2008).

A transmissão ocorre por meio da picada da fêmea do mosquito *Aedes*, originário da África, de coloração escura com patas e corpo rajados de branco. Em relação ao seu tamanho ele é um pouco menor que o mosquito *Culex* (DIAS et.al. 2010).

Segundo a OMS (2006), a dengue está tão preocupante que um grupo de trabalho, com a participação de vários cientistas, de diversos países responderam ao chamado da OMS, e escreveram categoricamente em um relatório: “no início do século XXI nós estamos falhando coletivamente para resolver o desafio colocado pelo dengue” (OMS apud CATÃO, 2010).

## 2.2 DINÂMICA POPULACIONAL

De acordo com Salomon (1980) população é um conjunto de indivíduos, da mesma espécie, agrupados em uma determinada região em um mesmo tempo, ou seja, várias pessoas, ou animais que estão em uma mesma cidade, mesmo estado, mesmo país, ou até mesmo planeta.

A população, em sua estrutura, pode ser dividida em dois grupos, especial e etária. No grupo especial, os padrões de dispersão ficam juntos, no aleatório, não tendem a formar grupos e no regular, não formam grupos.

A população que tem a estrutura etária é a quantidade de indivíduo machos e fêmeas em cada faixa de idade, ou a razão de número de fêmeas sobre o número de machos, ela gera uma curva de sobrevivência que é a quantidade de indivíduos que sobrevivem ao longo do tempo em uma população.

Esta curva é classificada em três tipos mortalidade maior quando a idade é maior, mortalidade distribuída igualmente pelas idades e mortalidade maior no início da vida (SOLOMON, 1980).

Segundo Santiago (2013) Dinâmica populacional é o estudo de variação de quantidade de seres vivos em abundância em uma determinada população.

De acordo com Panikkar (1998) o conceito de nação satisfaz ao conceito tradicional de pessoa. As nações são pessoas, ou seja, representam relações interdependentes. Somente uma nação seria uma contradição, assim como uma pessoa única.

Para Santiago (2013) População e nação são diferentes, nações distintas podem estar reunidas e formando uma só população. Um exemplo é o Brasil que é um país rico em nações devido seus imigrantes, e por isso conta com uma população diversa.

Citado por Alves (2000), em 1978 Thomas Malthus lançou um mito "explosão populacional" que muito se associava com a dinâmica populacional, que seria o crescimento desordenado de população, e a falta de alimentos para todos conseguirem sobreviver.

O princípio de população de Malthus dizia: "O poder de crescimento da população é indefinidamente maior do que o poder que tem a terra de produzir meios de subsistência para o homem. A população, quando não controlada, cresce

numa progressão geométrica. Os meios de subsistência crescem apenas numa progressão aritmética” (MALTHUS apud ALVES, 2000, p. 2).

Segundo Salomon (1980) a dinâmica populacional ocorre com a intervenção de quatro fatores: natalidade (número de indivíduos que nasce), mortalidade (números de indivíduos que morrem), emigração (número de indivíduos que saem da população), imigração (número de indivíduos que entram em certa população).

Portanto o Crescimento populacional é dado pela soma da natalidade mais a imigração subtraindo da soma da mortalidade mais a emigração. Se o resultado do cálculo for maior que zero a população esta crescendo, se for menor que zero esta caindo, agora se o resultado for zero a população está com um tamanho constante.

Esta constância se dá por causa do crescimento logístico, o crescimento logístico ele tende a um valor específico, esta tendência é onde a população se estabiliza (SALOMON, 1980).

## 2.3 CÁLCULO NUMÉRICO

De acordo com Lira e Fernandes (2013) cálculo numérico envolve:

- ✓ A análise dos processos que decidem problemas matemáticos por meio de operações aritméticas;
- ✓ O aumento de uma série de operações aritméticas que levem às respostas numéricas desejadas;
- ✓ O uso de computadores para alcance das respostas numéricas, o que sugere em escrever o método numérico como um programa de computador;
- ✓ A esperança, com isso, conseguir respostas confiáveis para problemas matemáticos. No entanto, não é incomum acontecer que os resultados conseguidos estejam afastados do que se esperaria conseguir. As principais fontes de erros são erros na simplificação do modelo matemático, que exclui alguns fatores externos na hora de realizar o cálculo, como: pessoas que já morreram e não podem mais infectar alguém, pessoas que imigram e não estão mais em suas populações, etc.

Outros erros comuns são erros na resolução do problema, como: precisão nos dados de entrada (número de habitantes, razão, número de pessoas infectadas), forma de como os dados são armazenados, operações numéricas efetuadas, erro de truncamento, etc. (LIRA; FERNANDES, 2013).

### 2.3.1 Equações Diferenciais Ordinais

Segundo Sodré (2013) uma Equação Diferencial Ordinal é uma equação da forma  $f(x, y(x), y'(x), y''(x), \dots, y^n(x)) = 0$  existindo uma função desconhecida  $y = y(x)$  e suas derivadas, taxa de variação instantânea de uma função, ou suas diferenciais.  $X$  é a variável livre,  $y$  é a variável dependente e o símbolo  $y^k$  significa a derivada da ordem  $k$  da função  $y = y(x)$  (SODRÉ, 2013).

Equações Diferenciais Ordinárias e Aplicações (2001) a Teoria das Equações Diferenciais é objeto de clara atividade de pesquisa, pois apresenta aspectos simplesmente matemáticos e uma multiplicidade de aplicações, além de apresentar diversas ramificações neste trabalho será abordado de maneira específica as equações diferenciais ordinárias (EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁIS E APLICAÇÕES, 2001).

## 2.4 MÉTODOS NUMÉRICOS

### 2.4.1 Método de Euler

De acordo com Baratto (2007) o método de Euler, também conhecido como método da reta secante, é um dos métodos mais antigos e simples de resolução para a solução de equações diferenciais ordinárias.

Para se chegar ao método vários passos devem ser seguidos:

Seja uma função  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$  com a condição de contorno  $y = y_n$  quando  $x = x_n$ . Na equação (1), observa-se que o valor de  $y_{n+1}$ , em  $x = x_{n+1}$ , é dado por:

$$y_{n+1} = y_n + \Delta y \quad (1)$$

Do valor pode-se colocar que:

$$dy = \frac{dy}{dx} dx \quad (2)$$

Da equação (2), encontra-se uma aproximação para  $\Delta y$ :

$$\Delta y \cong \frac{dy}{dx} \Delta x \quad (3)$$

Das equações (1) e (3):

$$y_{n+1} = y_n + (x_{n+1} - x_n) \cdot f(x_n, y_n) \quad (4)$$

Define-se o passo  $h$  como sendo igual a:

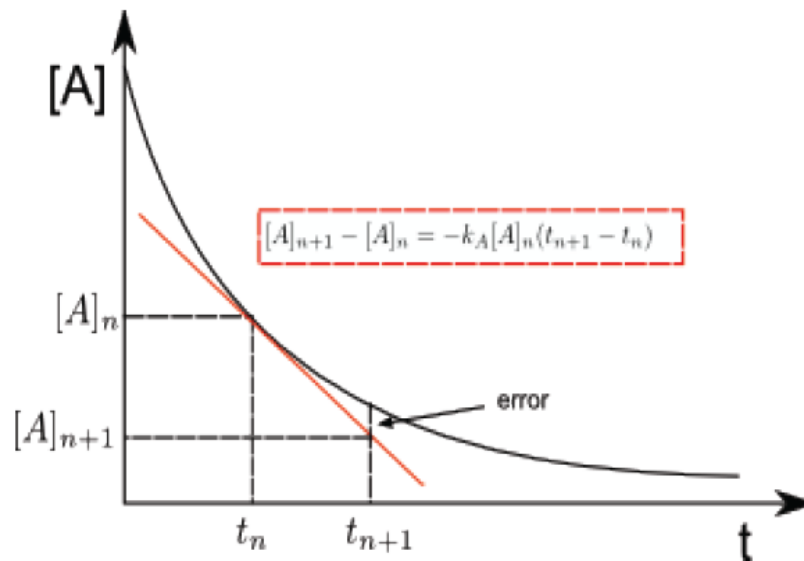
$$h = x_{n+1} - x_n \quad (5)$$

Usando a equação (5) nas equações (5) e (4):

$$x_{n+1} = x_n + h \quad (6)$$

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot f(x_n, y_n) \quad (7)$$

Na Figura 1 observe a utilização do método de Euler com um valor real.



**Figura 1 - Método de Euler**

Percebe-se na Figura 1 que a reta vermelha representa o método e a em preto a real, no decorrer das iterações pode-se existir erros já citados anteriormente, esses erros tendem a aumentar no decorrer das iterações.

### 2.4.2 Euler Aprimorado

De acordo com Ruggiero (1996) Método de Euler em aproximação do real não é suficientemente preciso. Para que se possa trabalhar de maneira mais adequada deve ser utilizado um aprimoramento de tal método, a fórmula do método de Euler pode ser melhorada se aproximar o integrando, determinar a área sobre a curva do plano cartesiano, com maior precisão.

Para conseguir isso se deve substituir o integrando pela média de seus dois valores nas duas extremidades no intervalo de integração (RUGGIERO, 1996).

Segundo Ruggiero (1996) Método de Euler Aprimorado ou Método de Heun é basicamente o Método de Euler, porém realizados em duas formas. A primeira resolvendo o  $y_n + h \cdot f_n$  usado na fórmula de Euler e logo em seguida calcular o  $y_{n+1}$ .

Seus resultados estarão mais precisos, pois estará reduzindo o erro de truncamento local, que por definição entende-se que os dados de entrada estão corretos, porém o erro é ocasionado pela utilização de uma fórmula aproximada, pois o Método de Euler Aproximado é proporcional a  $h^3$  enquanto o Método de Euler é proporcional a  $h^2$ .

O erro de truncamento global, que se define como a diferença entre a solução exata e a solução aproximada do problema de valor inicial, também pode ser limitado através de uma constante vezes  $h^2$ .

Esta melhoria está clara, porém a custa de um trabalho computacional maior, pois se deve estimar  $f(t, y)$  duas vezes, para conseguir mudar  $t_n$  para  $t_n + 1$  (RUGGIERO, 1996).

A formula do Método de Euler Aprimorado é definida por:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} \left( f(t_n, y_n) + f(t_n + h, y_n + hf(t_n, y_n)) \right) \quad (8)$$

Na Figura 2 será demonstrado a método de Euler Aprimorado graficamente.



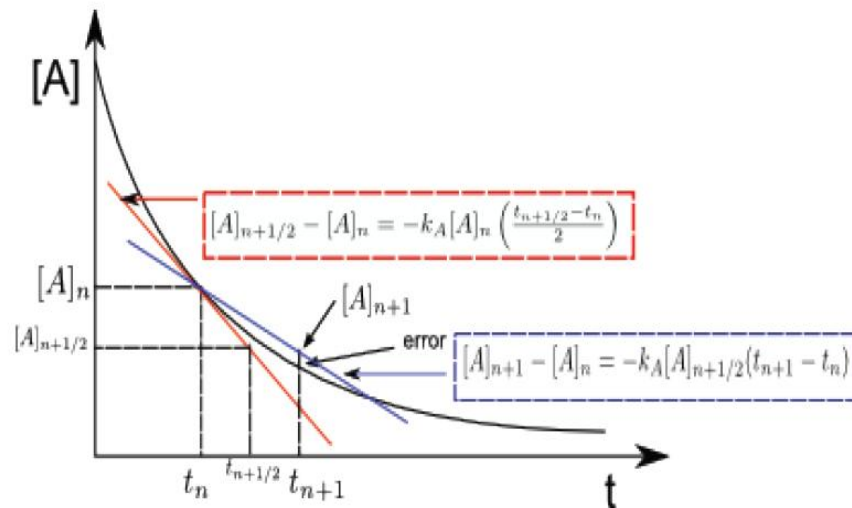


Figura 2 - Método de Euler Aprimorado

Percebe-se na Figura 2 que o método de Euler Aprimorado também possui erro, porém o valor é mais aproximado em comparação com o Euler.

### 2.4.3 Método de Runge-Kutta

Em análise numérica, os métodos de Runge–Kutta formam uma família importante de métodos iterativos implícitos e explícitos para a resolução numérica (aproximação) de soluções de equações diferenciais ordinárias. Estas técnicas foram desenvolvidas por volta de 1900 pelos matemáticos C. Runge e M.W. Kutta.

O método Runge–Kutta clássico de quarta ordem é um membro da família de métodos Runge–Kutta é usado com tanta frequência que costuma receber o nome de "RK4" ou simplesmente "o método Runge–Kutta".

Seja um problema de valor inicial (PVI) especificado como segue:

$$y' = f(t, y), y(t_0) = y_0$$

Então o método RK4 para este problema é dado pelas seguintes equações:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Onde  $y_{n+1}$  é a aproximação por RK4 de  $y(t_{n+1})$ , e  $k_1 = f(t_n, y_n)$ ,  $k_2 = f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1)$ ,  $k_3 = f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_2)$ ,  $k_4 = f(t_n + h, y_n + hk_3)$ .

Então, o próximo valor ( $y_n + 1$ ) é determinado pelo valor atual ( $y_n$ ) somado com o produto do tamanho do intervalo ( $h$ ) e uma inclinação estimada. A inclinação é uma média ponderada de inclinações:

- $k_1$  é a inclinação no início do intervalo;
- $k_2$  é a inclinação no ponto médio do intervalo, usando a inclinação  $k_1$  para determinar o valor de  $y$  no ponto  $t_n + \frac{h}{2}$  através do método de Euler;
- $k_3$  é novamente a inclinação no ponto médio do intervalo, mas agora usando a inclinação  $k_2$  para determinar o valor de  $y$ ;
- $k_4$  é a inclinação no final do intervalo, com seu valor  $y$  determinado usando  $k_3$ .

Ao fazer a média das quatro inclinações, um peso maior é dado para as inclinações no ponto médio:

$$\text{inclinação} = \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6}$$

O método RK4 é um método de quarta ordem, significando que o erro por passo é da ordem de  $h^5$ , enquanto o erro total acumulado tem ordem  $h^4$ .

## 2.5 SCILAB

Segundo Campbell (2006) o Scilab é um *software* mais voltado para a área matemática, com um sistema semelhante ao Matlab.

Foi desenvolvido em 1990 pelo *Institut National de Recherche en Informatique et em Automatique* e do *École National des Ponts et Chaussées*, porém a partir de Maio de 2003 ele passou a ser desenvolvido pelo Consórcio Scilab, que de Julho de 2012 até hoje, é desenvolvido pelo *Scilab Enterprises*. Que é distribuído pela internet desde 1994 gratuitamente (CAMPBELL, 2006).

O Scilab além de ser uma programação de alto nível, também é orientado a análise numérica, o que o torna perfeito para o trabalho proposto, pois algoritmos complexos podem ser desenvolvidos em poucas linhas de códigos em relação a outras linguagens como C, Fortran, ou C++ (CAMPBELL, 2006).

O Scilab possui centenas de funções matemáticas assim como interatividade com outras linguagens como Fortran, C, C++, Java (CAMPBELL, 2006).

Várias ferramentas estão disponíveis neste sistema, tais como:

- ✓ Gráficos 2D e 3D, animação.
- ✓ Álgebra linear, matrizes esparsas.
- ✓ Polinômios e funções racionais.
- ✓ Interpolação, aproximação.

- ✓ Simulação: resolvidor de sistemas de equações diferenciais explícitos e implícitos.
- ✓ Scicos: modelador e simulador de sistemas dinâmicos híbridos.
- ✓ Clássico e robusto controle, otimização LMI.
- ✓ Otimização diferencial e não diferencial.
- ✓ Processamento de sinais.
- ✓ Grafos e Redes.
- ✓ Scilab paralelo.
- ✓ Estatística.
- ✓ Interface com o *Computer Algebra Maple*.
- ✓ Interface com Fortran, C, C++, Java.

## 3 DESENVOLVIMENTO

### 3.1 MÉTODO

A escolha para a realização do estudo de convergência é EDO's, pois estas trabalham com previsões levando em conta uma hipótese, ou seja, uma situação que não é, mas que se imagina ou se supõe que seja, será trabalhado a hipótese de que tudo tende a se estabilizar em um determinado momento.

Os métodos numéricos escolhidos, para a solução numérica de EDO's, são os métodos de Euler e Euler Aprimorados, que por serem de primeira ordem são mais fáceis e simples de trabalharem e bastante eficazes para esse tipo de problema, e o método de Runge-Kutta, para obter uma comparação com algum método de uma ordem maior.

Neste trabalho serão utilizados populações e trabalhos de dinâmicas populacionais, que é a maneira com que o número de indivíduos da população se altera, positivamente ou negativamente, e com esses cálculos populacionais, número de infectados pela doença até o presente momento e os métodos de Euler pode-se realizar o objetivo que é a análise epidemiológica.

O modelo matemático no Scilab será desenvolvido para auxiliar o estudo de certa epidemia e, tal algoritmo terá livre acesso, poderá ser usada por qualquer pessoa, para a verificação do crescimento e estabilidade de qualquer epidemia.

Como o programa poderá ser utilizado para qualquer epidemia, como estudo de casos a Dengue foi a mais apropriada para validar o trabalho.

Método utilizado para o desenvolvimento do trabalho:

- ✓ Utilizar o Scilab para criação de um algoritmo matemático;
- ✓ Fornecer inserido no algoritmo os métodos de Euler, Euler Aprimorado e Runge-Kutta para gerar os resultados;
- ✓ Inserir dados reais da epidemia para cálculo da razão com finalidade de trabalhar com a velocidade de crescimento da epidemia quando inserida na equação;
- ✓ Gerar relatórios gráficos e numéricos.

## 3.2 HIPÓTESE

A hipótese defendida pelo trabalho é a de que tudo tende a se estabilizar, que não possui variação e/ou alteração.

No âmbito epidêmico é visto o crescimento epidemiológico ao longo do tempo, e aplicando-se a hipótese, a epidemia se estabilizara em um determinado momento. A estabilidade não será comprovada de imediato, pois por ser uma previsão futura não é possível garantir que realmente existirá tal estabilidade, porém é esperado por meio dos resultados obtidos mostrarem que os cálculos estão corretos e que a estabilidade é possível ocorrer.

Esta hipótese por ser de nossa autoria pode-se considerar o ponto mais importante do trabalho, ou um dos mais.

A hipótese foi dada em estudos sobre convergência de valores, logo depois os estudos sobre os métodos de Euler indicaram como deve ser definida a estabilidade e então é possível perceber que realmente vários problemas, em âmbitos diferentes um dos outros, possuem estabilidades.

## 3.3 MÉTODOS MATEMÁTICOS

Foram desenvolvidos algoritmos no Scilab com o intuito de facilitar a resolução dos cálculos numéricos e estes algoritmos funcionam da seguinte maneira:

- Primeiro inicia-se a função pedindo os dados de entrada;
- Segundo é feito um laço de repetição para gerar todas as iterações escolhidas pelo usuário;
- Depois se aplica a fórmula matemática dos métodos propostos;
- Por fim, é criada uma nova função para resolução da equação de convergência.

Duas equações são utilizadas, uma que é a do método utilizada no momento, Euler, Euler Aprimorado ou Runge-Kutta, e a segunda é a equação desenvolvida para gerar o crescimento epidemiológico o qual mostrará o momento em que a epidemia se estabilizara, ambas são fornecidas no livro Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno, cujos autores são William E. Boyce e Richard C. DiPrima.

Abaixo está exposto o modelo matemático na Figura 3.

```

function [x,y] =euler (f,x0,y0,h,n)
....x(1)=x0;
....y(1)=y0;
....for i=1:n
.....x(i+1)=x(i)+h;
.....y(i+1)=y(i)+h*f(x(i),y(i))
....end
endfunction

function z=f(x,y)
....z=r*(1-(y/K))*y
endfunction

```

**Figura 3 – Modelo Matemático do Método de Euler**

Os dados de entrada são  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $h$ ,  $n$ ,  $K$  e  $r$ , onde  $x_0$  é o tempo inicial,  $y_0$  é o primeiro valor epidemiológico,  $h$  é o valor de incremento no tempo,  $n$  é o número de iterações,  $r$  é a média aritmética entre os valores epidemiológicos que se possui e  $K$  é a constante de estabilidade, onde será dada por tentativa e erro.

O *dado de entrada*  $x_0$  é medidor de tempo, ou seja, ele que determinara em que instante vai ocorrer cada interação da reta.

O *dado de entrada*  $y_0$  é o valor inicial, sendo o primeiro valor epidêmico registrado, ou que o usuário possua.

O *dado de entrada*  $h$  determina o próximo valor de  $x$ , se  $h=0,1$  e  $x_0 = 0$ , portanto  $x_1 = 0,1$ .

O *dado de entrada*  $n$  é o número de iterações, não diferencia em nada no resultado, portanto será determinado de acordo com a necessidade do usuário.

O *dado de entrada*  $K$  determina o valor de convergência, terá que ser testado até que os dados estejam satisfatórios.

O *dado de entrada*  $r$  é a velocidade com que uma doença se espalha, sendo responsável pelo controle de velocidade de crescimento da reta.

### 3.4 RESULTADOS OBTIDOS

Com o código pronto e os dados de entrada bem definidos, pode-se dar início aos resultados.

Na Tabela 1, são apresentados os dados recolhidos de uma biblioteca eletrônica que abrange uma coleção selecionada de periódicos científicos brasileiros, Scielo. Esses dados representam o número de infectados pela dengue no decorrer dos anos.

<b>Anos</b>	<b>Infectados ano a ano</b>	<b>Evolução</b>
1986	46.309	46.309
1987	88.407	134.716
1988	1.570	136.286
1989	5.367	141.653
1990	39.322	180.975
1991	104.398	285.373
1992	1.657	287.030
1993	7.388	294.418
1994	56.584	351.002
1995	137.308	488.310
1996	183.762	672.072
1997	249.239	921.311
1998	528.388	1.449.699
1999	209.668	1.659.367
2000	239.870	1.899.237
2001	428.117	2.227.354
2002	794.219	2.621.573
2003	346.118	2.967.691
2004	117.519	3.085.210

**Tabela 1 - Número de Infectados**

Porém na Tabela 1 os dados referentes à Evolução foram trabalhados, pois é o que interessa para o crescimento epidêmico.

Para os dados de entrada no programa será utilizado  $x_0 = 0$ , mesmo que o valor do tempo inicial apareça 1986, portanto 1986 será 0, 1987 será 1 e assim

sucessivamente. No final quando forem representados graficamente os valores dados serão os dos próprios anos.

Para  $y_0 = 46.309$ ,  $n$  por ser o número de iterações foi utilizado mais de 100 para que se possa ter uma visualização melhor, para  $h$  foi testado inicialmente 0,1, porém o crescimento foi muito lento então serão utilizados 0,2.

Os dados de entrada da segunda equação são  $K$  e  $r$ ,  $r$  é a média da razão dos dados que se possui, portanto será dada por 1,319489 e  $K$  por ser definido em tentativa e erro depois de vários testes será utilizado o valor de 3585210.

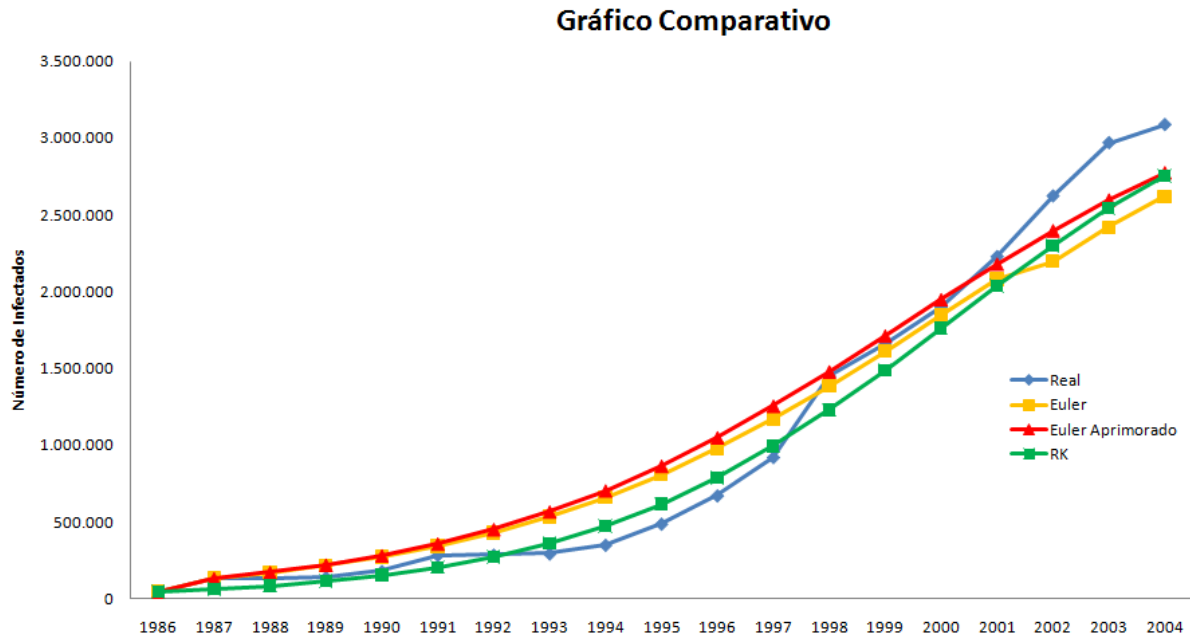
Utilizando o modelo matemático desenvolvido com os métodos de Euler, Euler Aprimorado e Runge-Kutta obtiveram-se os resultados mostrados na Tabela 2.

<b>Anos</b>	<b>Real</b>	<b>Euler</b>	<b>Euler Aprimorado</b>	<b>Runge-Kutta</b>
1986	46.309	46.309	46.309	46.309
1987	134.716	134.716	134.716	62.659
1988	136.286	171.008,33	173.078,08	84.644
1989	141.653	216.532,34	221.683,67	114.096
1990	180.975	273.311,43	282.840,62	153.349
1991	285.373	343.624	359.117,61	205.312
1992	287.030	429.924,76	453.214,80	273.488
1993	294.418	534.691,68	567.731,01	361.892
1994	351.002	660.177,30	704.807,79	474.798
1995	488.310	808.054,14	865.657,42	616.231
1996	672.072	978.970,15	1.050.030,50	789.157
1997	921.311	1.172.073,40	1.255.742,50	994.430
1998	1.449.699	1.384.618,30	1.478.430,70	1.229.713
1999	1.659.367	1.611.803,20	1.711.709,80	1.488.793
2000	1.899.237	1.846.982,90	1.947.798,70	1.761.762
2001	2.227.354	2.082.310,70	2.178.524,20	2.036.299
2002	2.621.573	2.197.487,90	2.396.437,80	2.299.779
2003	2.967.691	2.418.145,30	2.595.732,70	2.541.509
2004	3.085.210	2.620.695,60	2.772.734,10	2.754.279

**Tabela 2 - Resultado da Ferramenta**



É possível perceber que os valores dos métodos com o valor do real são bem aproximados, porém para melhor visualização será colocado os dados obtidos graficamente, como observado na Figura 4.



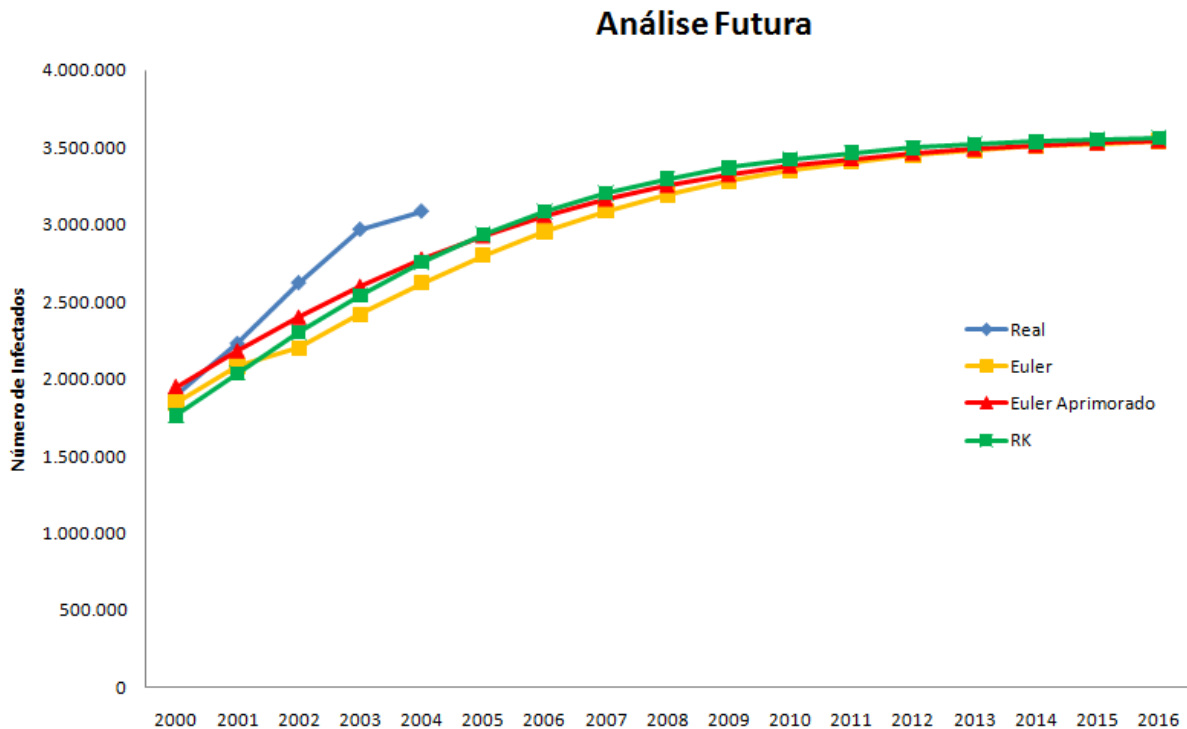
**Figura 4 - Gráfico Comparativo**

A Figura 4 deixa claro que os métodos utilizados são bem próximos dos valores reais e com isso pode-se dar continuidade nas iterações para obter valores reais que ainda não aconteceram, como uma previsão futura.

### 3.4.1 Previsão Futura

Essa previsão futura serve para mostrar como irá desenvolver a epidemia caso mantenha o ritmo de crescimento.

A Figura 5 mostrará como será o desenvolvimento da epidemia a partir desse ponto.



**Figura 5 - Gráfico de Análise Futura**

A Figura 5 mostra que a partir de 2004 que foi o último dado coletado, deve-se continuar as iterações dos métodos e obter estimativas futuras.

Pode-se observar que quando atinge o ano de 2013 à epidemia para de evoluir e começa a convergir em um valor próximo de 3 milhões e 500 mil, da se o nome de ponto crítico a esse valor, onde a epidemia converge e assim não ultrapassa esse valor.

Esse é nosso valor de estabilidade que é a nossa hipótese de que tudo tende a estabilizar, inesperadamente acabou sendo o mesmo ano do trabalho.

E nessa perspectiva, segundo dados coletados logo após a pesquisa, até 2012 os dados dos métodos foram bem eficazes quanto ao número de infectados, que estava diminuindo no decorrer dos anos, 2013 acabou sendo um desastre.

### 3.4.2 Linhas de Tendência

Para fins acadêmicos será mostrada a linha de tendência dos métodos, o da Figura 6 que é o de Euler, o da Figura 7 que é o de Euler Aprimorado e o da Figura 8 é o de Runge-Kutta.

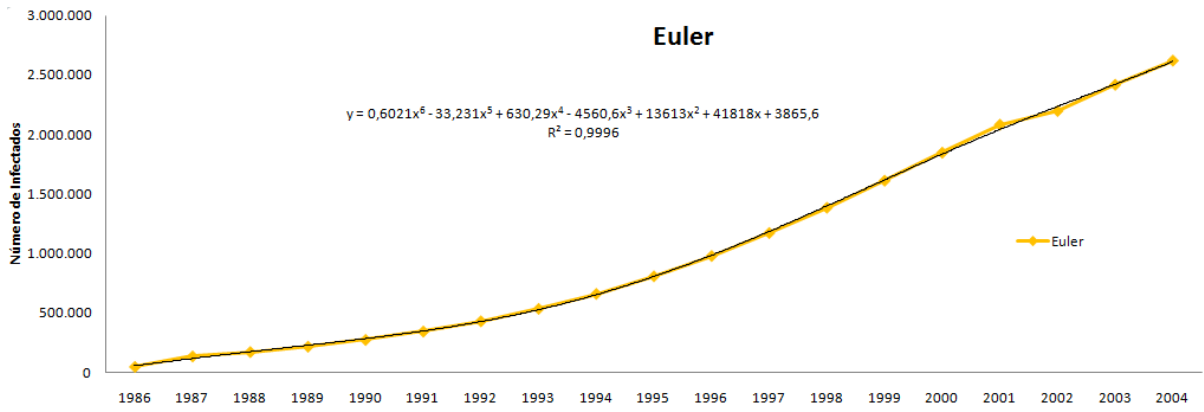


Figura 6 - Linha de Tendência Euler

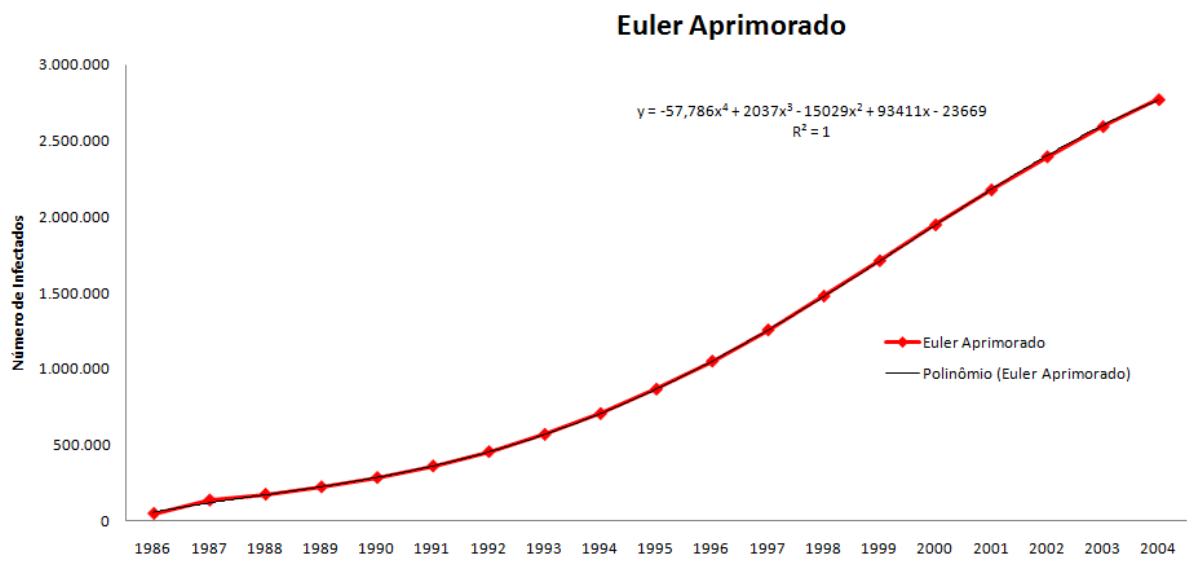
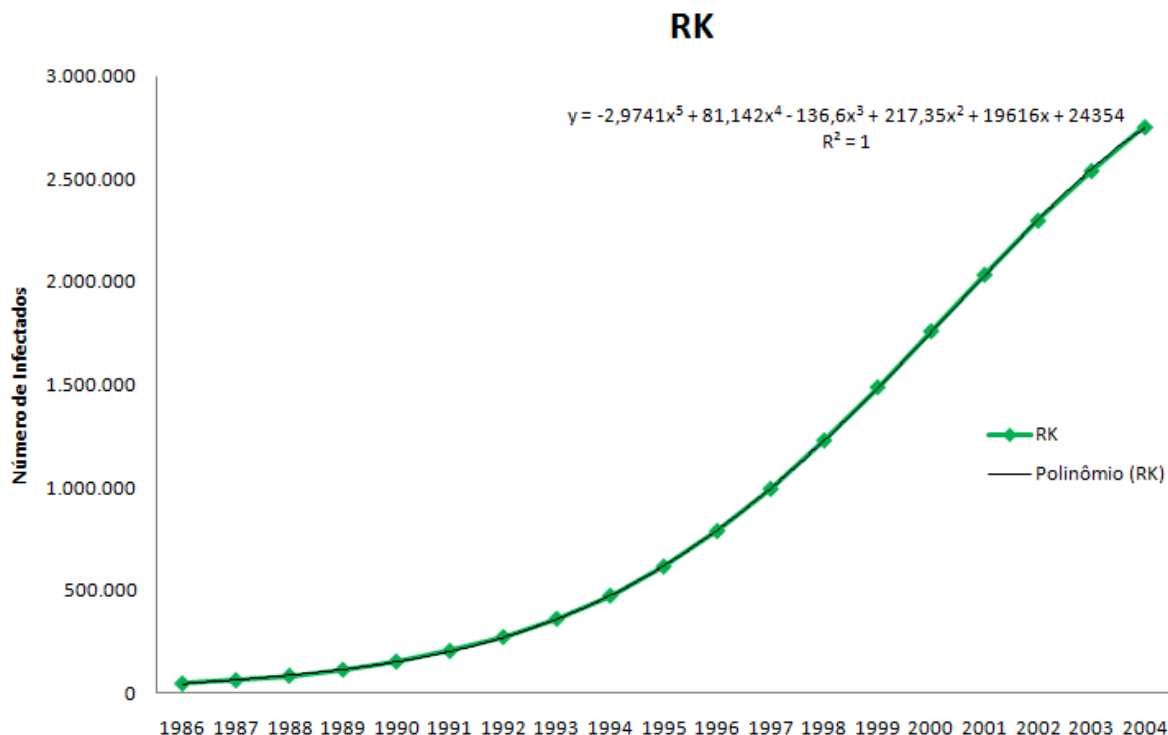


Figura 7 - Linha de Tendência Euler Aprimorado



**Figura 8 - Linha de Tendência Runge-Kutta**

Linhas de Tendência confiáveis são aqueles que seu R-quadrado estão próximos ou são 1, quanto mais próximos de 1 mais confiável seu resultados.

Vimos que os valores obtidos pelos métodos são muito próximos de 1, sendo que o método de Euler Aprimorado e o de Runge-Kutta é exatamente 1.

Os resultados da Figura 6, Figura 7 e Figura 8 mostraram com exatidão que os Gráficos são polinomiais que significa uma linha curva usada quando os dados flutuam. É utilizada, por exemplo, para analisar ganhos e perdas em um conjunto de dados grande.

### 3.4.3 Variação Percentual dos Métodos

Além da Linha de Tendência, é valido mostrar na Tabela 3 a variação percentual dos métodos com o real.

Anos	Varição Euler %	Varição Euler Aprimorado %	Varição Runge-Kutta %
1986	0	0	0
1987	0	0	-0,534880786
1988	0,254775472	0,269962285	-0,378923734
1989	0,528611042	0,56497688	-0,194538767
1990	0,510216494	0,562871225	-0,152650919
1991	0,204122324	0,258414811	-0,280548615
1992	0,497839111	0,578980594	-0,047179737
1993	0,816097114	0,928316237	0,229177564
1994	0,880836292	1,00798796	0,352693147
1995	0,654797444	0,772762016	0,261966783
1996	0,456644749	0,562377989	0,174214965
1997	0,27217997	0,362995232	0,07936408
1998	-0,04489256	0,01981908	-0,151745983
1999	-0,028663822	0,031543836	-0,10279462
2000	-0,027513207	0,025569057	-0,072384331
2001	-0,065119105	-0,021922784	-0,085776666
2002	-0,16176742	-0,085877906	-0,122748441
2003	-0,185176186	-0,125335926	-0,143607269
2004	-0,15056168	-0,10128189	-0,107263687

**Tabela 3 - Variação Percentual dos Métodos**

Na Tabela 3 é possível ter uma noção mais apurada de como os métodos são eficazes.

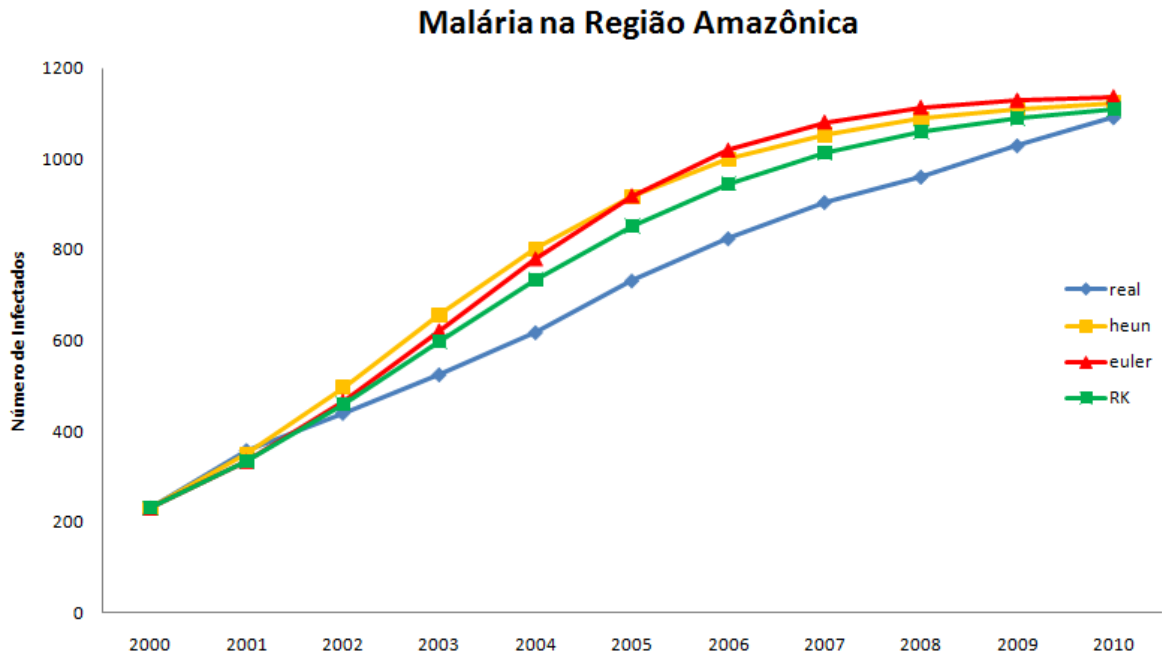
Também percebe-se que com poucas interações o Método de Euler funciona tão bem, ou melhor, que o Euler Aprimorado e o Runge-Kutta, porém com o passar das iterações o Euler Aprimorado e Runge-Kutta fica cada vez mais perto do real e o Euler acaba se distanciando um pouco.

#### **3.4.4 Epidemia – Malária**

Foi apresentado até agora a resolução com o estudo de caso, e o escolhido foi à dengue, porém o algoritmo desenvolvido funciona com qualquer epidemia, basta obter os dois primeiros valores de infectados pela epidemia. Lembrando que

esses dois valores não necessariamente devem ser o primeiro que já existiu, pode ser qualquer valor que se possua.

A Figura 9 demonstra o funcionamento do algoritmo para outra epidemia qualquer.



**Figura 9 - Malária na Região Amazônica**

A epidemia escolhida foi à malária que já não é tão comum para nós, porém na Amazônia ainda é um mal.

Perceba que o número de infectados pela doença é menor e o número de dados disponíveis também, porém os métodos continuarão sendo bem eficientes e precisos.

Não houve a necessidade de continuação, pois o gráfico deixa claro que a estabilidade está próxima de ocorrer.

É possível comprovar que a ferramenta é útil para qualquer epidemia, os dados de entrada para a Malária foram  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = 231$ ,  $n=10$ ,  $h=0.8$ ,  $K=1142$  e  $r=0.7$ .

### 3.4.5 Euler x Euler Aprimorado x Runge-Kutta

Por fim pode-se fazer uma análise comparativa entre os métodos de Euler e Euler Aprimorado como observado na Tabela 4.

	<b>Euler</b>	<b>Euler Aprimorado</b>	<b>Runge-Kutta</b>
<b>Ordem de Consistência</b>	1	2	4
<b>H</b>	0,01875	0,0375	VARIÁVEL
<b>N</b>	1600	800	100
<b>Erro Global</b>	82,41649063	0,535064302	0.005110911792
<b>Tempo</b>	Não avaliado	0.625000 s	0.031000 s
<b>Complexidade do algoritmo</b>	O(n)	O(n)	O(n)

**Tabela 4 - Comparação entre os Métodos de Euler e Euler Aprimorado**

O erro global é o erro causado por várias iterações, o método de Euler quando é utilizado com várias iterações provoca uma quantidade absurda de erro global, o que não acontece com o Euler Aprimorado e o Runge-Kutta, isso ocorre por sua ordem de consistência ser igual a um, o que significa que ou  $h$  tem que ser muito pequeno ou o  $n$  muito grande para ser atingida a casa decimal de erro global.

Porém o tempo de execução dos métodos também diverge. O método de Euler não foi possível calcular o seu tempo, no entanto o de Euler Aprimorado e no Runge-Kutta já levou certo tempo, isso com menos iterações do Euler.

Portanto o método de Euler é mais interessante com poucas iterações, pois possui a mesma precisão ou às vezes uma precisão até melhor que o Euler Aprimorado ou Runge-Kutta.

Por fim, se a quantidade de iterações for grande o método de Euler Aprimorado já possui uma precisão muito maior, apesar do tempo de execução do Euler Aprimorado ser superior ao de Euler, a precisão com o passar do tempo mantém, o que não acontece com o Euler, e no caso do Runge-Kutta essa aproximação é ainda maior, nos casos utilizados não deu para observar isso com nitidez, porem nos testes isso ficou muito claro.

## 4 CONCLUSÃO

Pode-se concluir que os métodos de Euler, Euler Aprimorado e Runge-Kutta foram bastante eficientes em seus resultados, com tais métodos e por meio de populações infectadas por algum vírus epidêmico, gerou uma análise mais detalhada do problema.

Com o modelo matemático desenvolvido o usuário terá acesso a:

- ✓ Uma análise detalhada de previsão futura para identificar qual o crescimento da epidemia;
- ✓ Um valor de convergência da epidemia, para saber em qual valor irá se estabilizar se os métodos preventivos continuarem do jeito que estão;
- ✓ Em quanto tempo irá demorar até que essa estabilidade ocorra;
- ✓ Terá uma visualização se os métodos contraceptíveis de controle da epidemia estão surgindo efeito, ou se deverá realizar outro método para isso.

Esses pontos eram os objetivos estipulados pelo trabalho, e esses objetivos foram realizados.

O modelo matemático além de uma análise epidemiológica, também funciona como uma maneira de conscientização da população, pois os resultados que para nosso estudo de caso que estava perto de uma estabilidade, acabou tendo que realizar uma nova consulta.

O trabalho foi realizado com sucesso e os resultados dentro do esperado, foram possíveis mostrar uma visão mais detalhada da epidemia para o usuário e dar fins ao trabalho proposto.



## 5 TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros é proposto:

- ✓ Criação de uma ferramenta para melhor usabilidade dos usuários. Pois com uma ferramenta assim facilitaria a vida de usuários mais leigos computacionalmente;
- ✓ Fazer com que o  $r$  seja gerado automaticamente, sem ter que fazer a razão a mão e depois colocar no algoritmo;
- ✓ Fazer com que o  $K$  seja gerado automaticamente. Utilizar o  $K$  sem ter que fazer pelo método de tentativa e erro.

## REFERÊNCIAS

BARATTO, Giovani. **Solução de Equações Diferenciais Ordinárias Usando Métodos Numéricos**. 2007. 14 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharel) - Departamento de Eletrônica e Comunicação, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2007.

BARRETO, Maurício L.. Por uma epidemiologia da saúde coletiva. **Bras.. Epidemiol**, Salvador, v. 1, n. 2, p.104-130, 1998.

Campbell, S.; Chancelier J.-P., Nikoukhah R.. Modeling and Simulation in Scilab/Scicos. New York: Springer, 2006.

CATÃO, Rafael de Castro; GUIMARÃES, Raul Borges. **O USO DAS REPRESENTAÇÕES CARTOGRÁFICAS NOS ARTIGOS DE DENGUE NO BRASIL**. Porto Alegre: Cromo, 2010.

CZERESNIA, Dina; RIBEIRO, Adriana Maria. O conceito de espaço em epidemiologia: uma interpretação histórica e epistemológica. **Debate**, Rio de Janeiro, n. , p.595-617, 1 set. 2000.

DIAS, Larissa. Dengue: transmissão, aspectos clínicos, diagnóstico e tratamento. **Simpósio: Condutas em Enfermaria de Clínica Médica de Hospital de Média Complexidade - Parte 1**, São Paulo, n. , p.1-10, 1 out. 2010.

EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS E APLICAÇÕES. Virtual de Iniciação Acadêmica: Ufpa, v. 1, 1 mar. 2001.

LIRA, William Wagner Matos; FERNANDES, Ricardo Albuquerque. **APOSTILA DE CÁLCULO NUMÉRICO**. Disponível em: <<http://www1.univap.br/spilling/CN/apostila1.pdf>>. Acesso em: 6 jun. 2013.

MARTINS, Fernando S. V.; CASTIÑEIRAS, Terezinha Marta P.p.. **Cives**. Disponível em: <<http://www.cives.ufrj.br/informacao/dengue/den-iv.html>>. Acesso em: 13 out. 2013.

MINISTÉRIO DA SAÚDE, 2009, Brasília. **Brasília / DF • 2009 Diretrizes Nacionais para a Prevenção e Controle de Epidemias de Dengue** MINISTÉRIO DA SAÚDE. Brasília: Ministério, 2009.

NICHIATA, Lúcia Yasuko Izumi et al. Relato de uma experiência de ensino de enfermagem em saúde coletiva: a informática no ensino de vigilância epidemiológica. **Esc Enferm Usp**, São Paulo, n. , p.36-43, 1 jul. 2003.

PANIKKAR, Raimon. **O Espírito da Política Homo politicus**. São Paulo: Triom, 1999.

PEREIRA, Sheila Duarte. **Conceitos e Definições da Saúde e epidemiologia usadas na Vigilância Sanitária**. Disponível em: <[http://www.cvs.saude.sp.gov.br/pdf/epid\\_visu.pdf](http://www.cvs.saude.sp.gov.br/pdf/epid_visu.pdf)>. Acesso em: 3 mar. 2007.

RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. R. **Calculo Numérico - Aspectos Teóricos e Computacionais** Ed. Pearson Education. 1996.

SALOMON, M. E. **Dinâmica de Populações**. Ed. Pedagógica e Universitária LTDA. 1980.

SANTIAGO, Emerson. **Dinâmica Populacional**. Disponível em: <<http://www.infoescola.com/geografia/dinamica-populacional/>>. Acesso em: 5 jun. 2013.

SODRÉ, Ulysses. **Equações Diferenciais Ordinárias**. Disponível em: <<http://www.mat.uel.br/matessencial/superior/pdfs/edo.pdf>>. Acesso em: 6 jun. 2013.