UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE DO PARANÁ



CAMPUS LUIZ MENEGHEL

MANOEL GUSTAVO AGUIAR DUTRA

PROPOSTA DE ENSINO DE GEOMETRIA PLANA UTILIZANDO O *SOFTWARE* DE GEOMETRIA DINÂMICA "GEOGEBRA"

Bandeirantes

2011

MANOEL GUSTAVO AGUIAR DUTRA

PROPOSTA DE ENSINO DE GEOMETRIA PLANA UTILIZANDO O *SOFTWARE* DE GEOMETRIA DINÂMICA "GEOGEBRA"

Monografia apresentada à Universidade Estadual do Norte do Paraná – *campus* Luiz Meneghel – como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Sistemas de Informação.

Orientador: Prof. Me. Christian J. de Castro Bussmann

Bandeirantes 2011

MANOEL GUSTAVO AGUIAR DUTRA

PROPOSTA DE ENSINO DE GEOMETRIA PLANA UTILIZANDO O *SOFTWARE* DE GEOMETRIA DINÂMICA "GEOGEBRA"

Monografia apresentada à Universidade Estadual do Norte do Paraná – *campus* Luiz Meneghel – como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Sistemas de Informação.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Me. Christian J. de Castro Bussmann UENP – *Campus* Luiz Meneghel

Prof. Me. Cristiane Y. Hirabara de Castro UENP – *Campus* Luiz Meneghel

Prof. Me. Viviane de F. Bartholo Potenza UENP – *Campus* Luiz Meneghel

Bandeirantes, ____ de_____ de 2011.

Dedico este trabalho, a uma das pessoas mais queridas de minha vida, minha mãe Leonor que sempre esteve ao meu lado, nos momentos mais difíceis que passei, para terminar este estudo. Também dedico o mesmo, para minha namorada Isabella por ser compreensível e paciente onde algumas vezes ficamos sem nos ver, devido ao presente desenvolvimento deste.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pois sem ele, nada existiria como também não teria sentido viver a vida. Ele me deu forças para continuar o desenvolvimento deste, quando achei que já não iria conseguir mais. Agradeço também à minha família, que sempre estiveram presentes nas horas mais difíceis de minha vida, como também nas horas de alegria e felicidade. Aos meus amigos, por estarem sempre ao meu lado, a minha namorada e a família dela que tanto gosto, aos colegas de classe, principalmente aqueles com quem estudei desde o início do curso, até o presente momento, André Martinez, André Luiz, Flávio e Kethure.

Aos professores do curso de Sistemas de Informação, por contribuírem nesta jornada letiva com aplicação de grandes conhecimentos.

Por fim, ao professor orientador e amigo Christian, que me incentivou a realizar este estudo, principalmente nos momentos mais complicados do mesmo.

É melhor tentar e falhar, que preocupar-se a ver a vida passar. É melhor tentar, ainda em vão que sentar-se fazendo nada até o final. Eu prefiro na chuva caminhar, que em dias tristes em casa me esconder. Prefiro ser feliz. Embora louco. Que em conformidade viver. (Martin Luther King)

DUTRA, Manoel Gustavo Aguiar. **Proposta de Ensino de Geometria Plana utilizando o software de Geometria Dinâmica "Geogebra".** 2011. 58 pg. Trabalho de Conclusão de Curso do Curso de Sistema de Informação, apresentado à UENP – Campus Luiz Meneghel. Bandeirantes - PR

Devido à efervescência dos avanços tecnológicos na atualidade, vemos que a escola vem acompanhando as mudanças utilizando vários instrumentos, como os softwares educacionais. melhoria aprimoramento para е do processo ensino/aprendizagem dos alunos. Todas as disciplinas ministradas no ensino médio apresentam suas particularidades e dificuldades. Pensando em uma maneira de ajudar professores e seus alunos do ensino médio, a trabalharem a disciplina de matemática de forma a transformar o aprendizado em uma atividade prazerosa e partindo do princípio de que hoje, todas as escolas públicas do estado do Paraná, possuem um laboratório de informática com vários softwares instalados, o presente estudo tem por finalidade trabalhar com problemas matemáticos, voltados à geometria, em uma ferramenta dinâmica chamada Geogebra, realizando uma intersecção entre esta ferramenta e as técnicas de resoluções de problemas, onde são encontradas quatro etapas que serão aplicadas em dois problemas selecionados de livros didáticos, buscando facilitar o processo de resolução dos mesmos. Ao termino da proposta é deixado em aberto, um problema para o aluno resolver, onde deverá ser resolvido com base nos dois problemas apresentados na proposta. Como conclusão, pode-se dizer que o software Geogebra, relacionado as etapas de resolução de problemas, torna o processo de resolução mais simples e fácil, podendo chegar a um resultado satisfatório para gualquer que seja o problema matemático em questão, onde o software possibilita maior eficácia na construção de figuras, além de possuir uma interface amigável com o usuário e facilidade na manipulação de seus componentes, como também rapidez e agilidade nas tarefas. Já as etapas de resolução facilitam o modo de entendimento do problema, desde a sua compreensão, passando pela construção de uma estratégia de resolução, depois a execução dessa estratégia e por fim a revisão da solução.

Palavras-chave: Avanços Tecnológicos, Software Educacionais, Aprendizado e Geogebra.

DUTRA, Manoel Gustavo Aguiar. **Proposta de Ensino de Geometria Plana utilizando o software de Geometria Dinâmica "Geogebra".** 2011. 58 pg. Trabalho de Conclusão de Curso do Curso de Sistema de Informação, apresentado à UENP – Campus Luiz Meneghel. Bandeirantes - PR

ABSTRACT

Due to the excitement of the technological advances today, we see that the school has been following the changes using various tools such as educational software for enhancement and improvement of the teaching / learning process. All subjects taught in high school have their peculiarities and difficulties. Thinking of a way to help teachers and students of the school, the work discipline of mathematics in order to transform learning into an enjoyable activity and assuming that today, all public schools in the state of Parana, have a laboratory computer with various software installed, this study aims to work with mathematical problems, focused on the geometry, called a dynamic tool Geogebra, performing an intersection between the tool and the techniques of problem solving, where four steps are found to be applied to two problems selected textbooks, seeking to facilitate the process of resolving them. At the end of the proposal is left open, a problem for the student to solve, which should be resolved based on the two problems presented in the proposal. In conclusion, we can say that the software Geogebra related steps to solve problems, makes the resolution process simpler and easier, and may reach a satisfactory outcome to whatever the mathematical problem in question, where the software enables greater efficiency in the construction of figures and also has a user-friendly interface and ease of manipulation of its components, as well as speed and agility tasks. Since the resolution steps how to facilitate understanding of the problem, since their understanding through construction of a resolution strategy, then implementing this strategy and finally the revision of the solution.

Keywords: Technological Advances. Educational Software. Learning Geogebra.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Tela Inicial do Geogebra	
Figura 2 Procedimento para salvar arquivo	
Figura 3 Escolha da opção Polígono Regular	31
Figura 4 Calculando o comprimento da corda	34
Figura 5 Construção de segmento com comprimento fixo	
Figura 6 Construção de retas perpendiculares aos pontos A e B	37
Figura 7 Construção do ponto C e D a 900 centímetros de A	
Figura 8 Componente Interseção de Dois Pontos indicado pelo ponto E	
Figura 9 Validação do Teorema de Pitágoras na ferramenta	40
Figura 10 Distância em centímetros da largura da travessia do rio	42
Figura 11 Modelo de tesoura inglesa para telhas francesa ou paulistinha	43
Figura 12 Telhas francesa e colonial paulista (paulistinha)	44
Figura 13 Segmento de reta AB com ponto médio C	46
Figura 14 Segmento definido por Dois Pontos	47
Figura 15 Pontos centrais às retas AD e BD	48
Figura 16 Esquema de Tesoura Inglesa para Telhados	49
Figura 17 Esquema de Tesoura Inglesa com largura de 600 centímetros	49
Figura 18 Construção de horta no triângulo retângulo	51

LISTA DE SIGLAS

SEED – Secretaria de Estado da Educação	.20
SEED/MEC – Secretaria de Estado da Educação/ Ministério da Educação	.21
PROINFO – Programa Nacional de Informática na Educação	.21

SUMÁRIO

1.	
INTRODUÇÃO	1
2	
1.1 Objetivo Geral	
13	
1.2 Objetivos Específicos	
13	
1.3 Justificativa	
13	
1.4 Metodologia	
15	
1.5	Organização do
Trabalho	17
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	
18	
2.1 Aprendizagem do Conhecimen	to Geométrico
18	
2.1.1 Escola e Geometria	
18	
2.2 Educação e Informática	
19	
2.3 Resolução de Problema	
22	
2.3.1 Caracterização de Problema	Matemático
23	
2.3.2 Diferença entre Problema e B	Exercício
23	
2.3.3 História e Conceito de Resol	ver Problemas segundo Polya
24	
2.4 Ensino e Aprendizagem no Am	biente Computacional
26	
2.5 Software de Geometria Dinâmi	ca
26	

2.6 Geogebra "Ferramenta para Geometria Dinâmica
27
3. DESENVOLVIMENTO
29
4. CONCLUSÕES
53
5. REFERÊNCIAS
55

1 INTRODUÇÃO

Atualmente a humanidade vivencia um episódio de grandes mudanças no desenvolvimento tecnológico. Com o avanço da tecnologia, se torna cada vez mais fácil o processo de ensino/aprendizagem por meio de equipamentos eletrônicos, que são bem úteis, como é o caso do computador. Uma máquina capaz de processar dados, e informações em questão de segundos.

Devido à efervescência desses avanços tecnológicos, a escola utiliza vários instrumentos, como os *softwares* educacionais, para melhoria e aprimoramento do processo ensino/aprendizagem do aluno.

Esses softwares existem para as diversas áreas da educação: Português, Matemática, Ciências, Geografia, História, Língua Estrangeira Moderna, entre outras.

A disciplina de matemática, quando se fala em números, cálculos, já utiliza algumas fontes tecnológicas como ferramenta de aprendizagem para auxiliar o aluno.

Por meio desta pesquisa, pretende-se enquadrar a prática pedagógica de recursos de informática, para que se torne mais fácil a compreensão do ensino da disciplina de matemática em suas diversas áreas.

Pensando em uma maneira de ajudar professores e alunos do ensino médio, a trabalharem a disciplina de matemática de forma a transformar o aprendizado em uma atividade prazerosa e partindo do princípio de que o governo do Estado do Paraná implantou nas escolas Laboratórios de Informática, pensando e já aplicando a inclusão digital, a presente pesquisa vem para apresentar atividades desenvolvidas para o ensino e aprendizagem da disciplina especificamente com o conteúdo de geometria plana voltado ao Ensino Médio, apresentando uma metodologia de ensino utilizando a informática por meio do *software* educacional de geometria dinâmica, Geogebra.

O Geogebra é um *software* de geometria dinâmica munido de ferramentas que propiciam a construção de objetos geométricos e transformação destes mantendo as relações entre si.

Outra importante razão para a utilização deste recurso, é que se trata de um *software freeware* disponível a todos sem custo algum, além de apresentar a interface e

menus de construção em linguagem clássica da geometria e estar disponível em idioma português.

1.1 OBJETIVO GERAL

Elaborar uma proposta de Ensino de Geometria Plana, para resolução de problemas matemáticos, utilizando-se do *software* de Geometria Dinâmica "GeoGebra" e de quatro etapas de resolução de problemas matemáticos.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Entender e colocar em prática as quatro etapas de resolução de problemas, afim de que elas possam ser utilizadas linearmente com a ferramenta deste estudo, onde juntas possam ser úteis para resolver problemas matemáticos.
- Buscar informações de estudos já realizados sobre o "GeoGebra" bem como apontar sua importância como ferramenta de aprendizagem;
- Criar uma proposta de ensino que contenha duas situações problemas, onde será gerada uma solução na ferramenta que relacionada com a técnica de resolver problemas, o aluno consiga obter uma percepção compreensível do resultado.
- Propor atividades direcionadas com o uso do "GeoGebra".

1.3 JUSTIFICATIVA

Atualmente, vemos grandes mudanças causadas pelos avanços tecnológicos, que implicam no comportamento humano, na elaboração do conhecimento e no relacionamento em sociedade.

Os recursos tecnológicos vêem adquirindo cada vez mais relevância no cenário educacional, fazendo com que a educação sofra algumas mudanças para acompanhar este desenvolvimento e as novas tecnologias, utilizando-se da informática como instrumento de aprendizagem para a melhoria da qualidade do ensino.

A Informática deve habilitar e dar oportunidade ao aluno de adquirir novos conhecimentos, facilitar o processo ensino/aprendizagem, enfim ser um complemento de conteúdos curriculares visando o desenvolvimento integral do indivíduo.

No que diz respeito à aprendizagem, ou assimilação de conhecimento por parte dos alunos, podemos citar a matemática como a disciplina mais temida pelos mesmos, onde não possuem tanta facilidade para adquirir conhecimento, como em algumas outras disciplinas. Conforme afirma Baldini (2004), a área da disciplina onde os alunos possuem maior dificuldade para assimilação de conhecimento, é a geometria.

Pensando nesta dificuldade e valorizando a informática como instrumento de aprendizado para o aluno, a idéia deste trabalho, é criar uma proposta de ensino onde terá como base, a resolução de alguns problemas, para auxiliar o professor a utilizar uma ferramenta de matemática chamada "Geogebra" com estreita relação às técnicas de resolução de problemas.

O *software* apresentado é caráter "dinâmico", e de natureza "livre", onde pode ser instalada em qualquer tipo de plataforma de sistemas operacionais.

O estado do Paraná, tem introduzido novas tecnologias nas redes estaduais de ensino, como computadores, TV pen-drive, acesso à internet, remetendo à várias questões, entre elas a preocupação dos educadores em relação à apresentação de novas dinâmicas nas salas de aula, levando-os a questionar o papel do computador na sala de aula.

As escolas públicas que comportam laboratórios de informática utilizam-se de micro-computadores com versões Linux instaladas e com ela vários *softwares* educacionais. Além do *software* "Geogebra", existem também, outros como: Dr. Geo; Régua e Compasso e Xaos.

Sendo assim, os professores podem usar desses recursos tecnológicos como o *software* "Geogebra", que mostra possuir uma concepção sócio-psico-pedagógica clara e bem fundamentada, elaborada, para facilitar a transmissão de conhecimento ao aluno.

Com uma proposta criada, relacionada à resolução de problemas, os professores teriam uma linha de raciocínio para seguir, além do mais, poderiam servir de incentivo aos que não possuem prática com computadores, a conhecer melhor este objeto, podendo desenvolver atividades que muitas vezes em sala de aula se tornam complicadas por conta da realização do "esboço" do problema geométrico em sala de aula.

Outro enfoque se faz necessário ao aprimoramento dos estudos teóricos de geometria, de uma maneira prática e dinâmica, a fim de que o aluno perceba como seriam aqueles objetos, ou aquela forma geométrica saindo do papel, como um gráfico, vetor, ou até mesmo as formas e figuras geométricas, com diferentes valores em suas coordenadas, se movimentando de forma dinâmica e constante, conforme movimento dos pontos de um gráfico.

Por esses motivos, há certa motivação, para se desenvolver uma proposta de ensino, utilizando o "Geogebra", como ferramenta para esta abordagem.

1.4 METODOLOGIA

Para atingir o objetivo da presente pesquisa, o trabalho será realizado em duas etapas. Na primeira etapa, será realizada uma abordagem do tema em questão, através de pesquisas bibliográficas, visando elaborar uma proposta de Ensino, voltada aos professores de matemática do Ensino Médio, para aula de Geometria Plana utilizando o *software* de Geometria Dinâmica "GeoGebra".

A pesquisa bibliográfica se faz necessária para a fundamentação teórica, onde serão abordados conceitos sobre sociedade, educação e suas tecnologias, relação entre educação e informática, apresentação e definição de *softwares* educacionais, *softwares* de geometria dinâmica, e técnicas para resolução de problemas, utilizadas na matemática para tornar fácil o processo de compreensão do problema e abstração do resultado adquirido.

Pesquisa bibliográfica é uma etapa fundamental em todo trabalho científico, pois influenciará todas as etapas de uma pesquisa, na medida em que der o embasamento teórico em que se baseará o trabalho. Ela consiste no levantamento, seleção, fichamento e arquivamento de informações relacionadas à pesquisa.

Quanto à sua natureza, a presente pesquisa é aplicada, onde Silva e Menezes (2003) afirmam que: [...] **Pesquisa Aplicada**: objetiva gerar conhecimentos para

aplicação prática dirigidos à solução de problemas específicos. Envolve verdades e interesses locais." (SILVA e MENEZES apud GIL, 1991, p. 20).

Partindo para a segunda etapa da pesquisa, chegamos ao desenvolvimento, logo serão apresentados dois problemas a serem resolvidos no *software* "Geogebra", reforçando os conhecimentos básicos sobre seus componentes e funções, já adquiridos pelo público alvo (pessoas que irão utilizar esta proposta) em outros estudos. Os problemas aplicados neste estudo foram retidos de livros didáticos. Por se tratar de um estudo, onde será compreendido o problema proposto, a segunda etapa desta pesquisa está diretamente ligada a Estudo de caso, onde Silva e Menezes (2003) mostram que: [...]**Estudo de caso**: quando envolve o estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos de maneira que se permita o seu amplo e detalhado conhecimento. (SILVA e MENEZES apud GIL, 1991, p. 21).

Com relação a este tipo de pesquisa, para a compreensão e interpretação dos problemas propostos, serão aplicadas quatro etapas de resolução de problemas, citadas neste estudo para facilitar a compreensão do problema, como também do resultado obtido ao final da execução das etapas. Estas etapas de resolver problemas matemáticos, caminhará em conjunto com o software, precisamente na 3ª etapa onde será executado a estratégia de resolução, elaborada na 2ª etapa de construção da estratégia de resolução. A 2ª etapa somente será realizada, após ser abstraídos os argumentos do problema, como também sua compreensão na 1ª etapa de compreensão do problema.

Por fim na 4^ª etapa desta técnica, será revisada a solução que o *software* "Geogebra" chegou, e conseqüentemente tirar as conclusões corretas sobre a pergunta feita no enunciado do problema.

Esta pesquisa também está pautada em informações já realizadas a respeito do *software* Geogebra, salientando sua importância como ferramenta de aprendizagem a ser utilizada pelo professor e assim, além de divulgar o *software* em questão, também será incentivo aos professores e alunos, para o uso do laboratório de informática, apresentando uma conexão entre a informática e os conteúdos matemáticos.

1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este estudo é dividido em capítulos, onde no capítulo 2, fundamentação teórica, são encontrados temas relativos a Aprendizagem do Conhecimento Geométrico, Educação e Informática, Resolução de problemas matemáticos e Software de geometria dinâmica, citando sobre a ferramenta usado na proposta, o "Geogebra". No capítulo 3, desenvolvimento é comentado sobre alguns conceitos da ferramenta como também, mostra uma proposta onde são encontrados dois problemas matemáticos para serem resolvidos. Após isso é deixado um problema para o aluno resolver com o mesmo procedimento abordado e por fim, no capítulo 4, a conclusão.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão apresentados tópicos que servirão para sustentar a idéia do trabalho proposto, apresentando de início o tema aprendizagem do conhecimento geométrico, partindo para a informatização na educação. Por fim falaremos sobre *softwares* educativos, resolução de problemas matemáticos e finalmente o Geogebra, ferramenta de estudo desta pesquisa.

2.1 APRENDIZAGEM DO CONHECIMENTO GEOMÉTRICO

Antes de entrarmos na ferramenta Geogebra, como fonte de aprendizado para o aluno, será apresentado um dos conteúdos da matemática, a geometria.

A matemática está presente na vida cotidiana, mesmo que de forma sutil. A sociedade atual utiliza-se da matemática para desenvolver problemas nas diversas áreas das atividades humanas.

Na geometria está a possibilidade de contextualizar os conteúdos, uma vez que o aluno pode perceber e valorizar sua presença em elementos da natureza e em criações do homem. Isso pode contribuir para uma maior significação dos conceitos aprendidos. (MILANI, 2008)

2.1.1 Escola e Geometria

Para Baldini (2004) a geometria é uma área da Matemática em que muitos alunos sofrem um déficit muito relevante, pois os alunos não conseguem assimilar o conhecimento. Esta é uma área abrangente e os maiores problemas apontados pelo autor encontra-se na falta de preparação da passagem da geometria de observação para a de concretização, e assim poder validar a coerência de raciocínio, variação de cálculos como, base, altura, superfície e outros.

O principal objetivo de se estudar a geometira de acordo com Carvalho, Magna e Gomes (2005) é ajudar o indivíduo a adquirir habilidades que serão mais tarde utilizadas na descrição, comparação, representação e desenvolvimento de problemas. O pensamento geométrico permite ampliar a realidade na busca do concreto para o abstrato como também do abstrato para o concreto. Tanto a arte quanto a Matemática considera-a, como forma de representar a realidade, sendo que ambas ampliam a realidade do imaginário na busca da transição do concreto para o abstrato na constituição do conhecimento. O abstrato é como visualizar e encontrar uma compreensão de formas e espaços de vários ângulos e dimensões para transcrever a objetos, alcançando a representação e criação concreta do objeto. A relação de expor argumentos com lógica numa discussão para que se convença na vida ativa o pensamento abstrato é o que produz movimento para o desenvolvimento da Geometria (CARVALHO, MAGNA, GOMES, 2005, p. 79-88).

Em 2004, a SEED (Secretaria de Estado da Educação), lançou uma seleção de artigos: Explorando o Ensino: Matemática, voltados para o professor. Os artigos apontam para situações cotidianas que utilizam a matemática para resolver problemas do dia a dia, com exemplos práticos. No exemplar, o professor de matemática tem uma ferramenta para responder a dúvidas frenquentes dos alunos, quando questionam: para que serve o que estou aprendendo. (SEED, 2004).

2.2 EDUCAÇÃO E INFORMÁTICA

A era digital requer uma mudança de postura, métodos e pensamentos. Na área da educação, não é diferente os educadores devem estar atentos a estas mudanças, para não ficarem defasados diante do atual contexto histórico e social.

A temática Informática na Educação teve sua primeira discussão em 1981 com o I Seminário Nacional de Informática Educativa. Neste seminário foram criados os primeiros projetos para implantar computadores nas escolas brasileiras.

O tema Informática na Educação abrange o uso do computador como uma ferramenta para auxiliar o processo ensino-aprendizagem de qualquer disciplina. Diante disso é fundamental que o professor esteja preparado para lidar com essa tecnologia de forma segura e criativa.

SILVA (2009) aponta a tecnologia como um recurso presente no dia-a-dia do individuo e que a cada momento está evoluindo de forma rápida, trazendo vários

benefícios para a sua vida ao mesmo tempo em que questiona como a escola tem assimilado essa evolução tecnológica. A autora ainda afirma que a escola tem como dever preparar seus atores para o uso do computador como ferramenta importante na construção do conhecimento do seu aluno.

Hoje as escolas contam com o programa do governo denominado PROINFO (Programa Nacional de Informática na Educação). O PROINFO foi lançado pela Secretaria de Educação a Distância (SEED/MEC), com o objetivo de dar assistência e incentivo para implantar a tecnologia de informática nas escolas de Ensino Fundamental e Médio. Na visão de BORBA (2003^a, p. 20):

[...]"o programa equipou mais de 2000 escolas e investiu na formação de mais de vinte mil professores através dos 244 Núcleos de Tecnologia Educacional (NTE) instalados em diversas partes do país. No Estado de São Paulo temos 44 deles. A meta era, então, implantar mais 200 desses núcleos em todo o Brasil até o ano de 2001"

O governo continua investindo em programas de informática para a área educacional, focando na melhoria da qualidade de ensino. Esses programas são parcerias do MEC com o Ministério das Telecomunicações. BORBA (2003a), explica que o Programa Tele Comunidade, por exemplo, "visa a equipar, com um computador para cada 25 alunos, as escolas brasileiras do Ensino Médio" (p.21).

Apesar de toda a tecnologia presente nas escolas, é necessário saber abordalas. O professor deve utilizar essas novas ferramentas para auxiliar a aprendizagem de uma determinada matéria, caso contrário, o objetivo inicial dos programas de nada serviria.

A informática na educação trouxe avanços significativos, mas o professor precisa de capacitação para integrar a tecnologia à sua proposta de ensinoaprendizagem, procurando sempre inovar.

As Instituições de ensino, juntamente com seus educadores devem promover projetos e incentivos que apóiem a inclusão digital. Estamos diante de uma oportunidade de estabelecer um novo paradigma pedagógico, estreitando os conceitos entre ensinar e aprender, mudando o modelo da construção do conhecimento, promovendo uma interação maior entre o professor e o aluno.

O computador pode ser utilizado com dois propósitos: educacional ou não educacional. CYSNEIROS (2002, p. 3) aponta a distinção entre utilizar o computador como uma tecnologia educacional ou não:

"É uma tecnologia educacional quando for parte de um conjunto de ações (práxis) na escola, no lar ou noutro local com o objetivo de ensinar ou aprender (digitar um texto de aula, usar um software educacional ou acessar um site na Internet), envolvendo uma relação com alguém que ensina ou com um aprendente. No entanto, o computador não é uma tecnologia educacional quando empregado para atividades sem qualquer relação com o ensino ou aprendizagem, como controle de estoque de uma empresa."

Nascimento (2007) aponta que com a utilização do computador na educação tanto professor quanto escola podem dinamizar o processo de ensino-aprendizagem através de aulas mais criativas, mais motivadoras e que despertem, nos alunos, a curiosidade e o desejo de aprender, conhecer e fazer descobertas. Desta forma, a dimensão da informática na educação não está, restrita à informatização da parte administrativa da escola ou ao ensino da informática para os alunos.

Porém, apesar de toda tecnologia disponível hoje nas escolas não se deve em nenhum momento desviar o foco nos objetivos precípuos da escola que segundo Saviani (2005) seria a transmissão e assimilação do saber historicamente construído e sistematizado.

Ainda segundo o autor essa transmissão de conhecimentos tem sido esquecida ou renegada a um segundo plano: "[...] a transmissão-assimilação de conhecimentos sistematizados, passou a ser secundarizado" (2005, p. 16).

Segundo Nascimento (2007, p. 41), para incorporar a tecnologia no contexto escolar, é necessário:

• Verificar quais são os pontos de vista dos docentes e dos funcionários em relação aos impactos das tecnologias na educação.

Discutir com os alunos quais são os impactos que as tecnologias

provocam em suas vidas cotidianas e como eles se dão com os diversos instrumentos tecnológicos.

• Integrar os recursos tecnológicos de forma significativa com o cotidiano educacional.

 Envolver as famílias e os demais segmentos da comunidade escolar nos processos de discussão e implementação das novas tecnologias no cotidiano escolar. O autor ainda aponta algumas situações positivas, proporcionadas pelo uso da informática no ambiente educacional, que variam de acordo com a proposta utilizada em cada caso e com a dedicação dos profissionais envolvidos. São elas: (NASCIMENTO, 2007, p. 43):

• Os alunos ganham autonomia nos trabalhos, podendo desenvolver boa parte das atividades sozinhos, de acordo com suas características pessoais, atendendo de forma mais nítida ao aprendizado individualizado.

• Em função da gama de ferramentas disponíveis nos *softwares*, os alunos, além de ficarem mais motivados, também se tornam mais criativos.

• A curiosidade é outro elemento bastante aguçado com a informática, visto ser ilimitado o que se pode aprender e pesquisar com os *softwares* e sítios da internet disponíveis.

• Os ambientes tornam-se mais dinâmicos e ativos.

• Alunos com dificuldade de concentração tornam-se mais concentrados.

• Esses ambientes favorecem uma nova socialização que, às vezes, não é conseguida nos ambientes tradicionais. Os alunos que se sobressaem pelo uso da tecnologia costumam ajudar aqueles com dificuldades.

• As aulas expositivas perdem espaços para os trabalhos corporativos e práticos.

• A informática passa a estimular o aprendizado de novas línguas, sendo uma forma de comunicação voltada para a realidade da globalização.

 Além de a escola direcionar as fontes de pesquisas para os recursos já existentes, como livros, enciclopédias, revistas, jornais e vídeos, pode-se optar por mais uma fonte de aprendizagem: o computador.

• A informática contribui para o desenvolvimento das habilidades de comunicação e de estrutura lógica do pensamento.

A informática exerce um grande fascínio tanto nos professores como nos alunos e tem um papel relevante no processo ensino-aprendizagem de hoje, porém, não se pode esquecer, ela é e deve sempre ser o meio, o facilitador, a ferramenta nesse processo e não o fim, em si mesma.

2.3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Este seguimento trará sentido ao trabalho, pois o estudo se faz com utilização do Geogebra, ferramenta de geometria, capaz de solucionar problemas, tanto geométrico, quanto algébrico de maneira dinâmica. Por essa razão é de extrema importância dar sustentação a este estudo, falando sobre o que vem a ser um problema matemático de possível solução e quais etapas de resolução de problemas, podem ser utilizadas para facilitar, compreender e chegar a conclusões de determinada problemática.

2.3.1 Caracterização de Problema Matemático

A matemática é uma das únicas disciplinas onde há maior exigência do aluno para com os objetivos a serem alcançados. Por exemplo, podemos dizer que um aluno "utiliza mais neurônio" para resolver problemas matemáticos, do que uma simples questões de português, que possui, na maioria das vezes apenas um caminho, para se chegar a determinada resposta. Na matemática esse processo pode ter inúmeras soluções, ou caminhos para se chegar a determinado resultado.

Ramos, Mateus, Matias, Carneiro (2002) dizem que "um problema matemático é toda situação requerendo a descoberta de informações matemáticas desconhecidas para a pessoa que tenta resolvê-lo e/ou a invenção de uma demonstração de um resultado matemático dado". Pode-se dizer também que há sempre um problema, quando existe um objetivo a ser alcançado, mas se desconhece o caminho para chegar a determinada solução.

Portanto, todo problema matemático sempre terá uma solução, e para chegar a determinada solução, podemos citar as quatro etapas de resolução de problemas. Antes de falar sobre essas etapas, deve ser diferenciado, o que é um respectivo problema e um exercício matemático.

2.3.2 Diferença entre Problema e Exercício

É comum, nos tempos de hoje, o professor se deslocar ao aluno, dizendo para o mesmo resolver determinado exercício ou problema matemático, talvez na linguagem popular o professor esta se referindo a uma só questão, mas em termos gerais, essas duas palavras possuem certas diferenças.

Segundo Ramos, Mateus, Matias, Carneiro (2002), "exercício", nada mais é que uma atividade de ensinar alguma técnica, habilidade ou conhecimento adquirido por quem está resolvendo o próprio, como a aplicação de alguma formula matemática já conhecida para resolver o mesmo. Portanto, pode-se dizer que o "exercício envolve certa aplicação teórica enquanto o problema envolve necessariamente invenção e/ou criação significativa". Contudo, para saber se o que esta sendo resolvido é um exercício ou um problema, basta verificar se para resolução do mesmo, esta sendo utilizado material teórico ou pensamento criativo.

2.3.3 História e Conceito de Resolução de Problemas segundo Polya

O primeiro matemático a apresentar um método capaz de validar um problema matemático foi George Polya (1897–1985), nascido na Hungria, foi um grande pesquisador na área matemática. Representa uma grande referência no assunto de resolução de problemas matemáticos, suas idéias trouxeram grandes inovações em relação às idéias de resolução de problemas existentes.

Polya (1962, p. 10) ressalta seu pensamento sobre resolução de problemas dizendo:

[...]"Resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esquiar ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática. (...) se você quer aprender a nadar você tem de ir à água e se você quer se tornar um bom resolvedor de problemas, tem que resolver problemas".

O relação as etapas de resolução de problema, George Polya é uma referência significativa para a prática desta teoria.

Com relação às quatro etapas de resolução de problemas matemáticos, temos: a fase de compreensão do problema, construção de uma estratégia de resolução, execução da estratégia e por fim a fase de revisão da solução.

A seguir é apresentada uma explicação mais detalhada a respeito de cada etapa.

Segundo Ramos, Mateus, Matias, Carneiro (2002), as quatro etapas de resolução de problemas matemáticos são:

1ª etapa: compreensão do problema

Esta etapa está diretamente ligada ao entendimento do problema por parte do aluno, ou quem esteja tentando solucionar algum problema matemático. Nesta etapa deve ser analisado o enunciado do problema, ou a situação problema apresentada, onde o indivíduo (aquele que esta resolvendo o exercício), abstraia informações relevantes, referente ao problema, como: achar os valores para as variáveis, encontrar as incógnitas do problema, identificar claramente o que o problema quer saber, ou qual resultado ele deseja obter, etc.

2ª etapa: construção de uma estratégia de resolução

Aqui são elaboradas, estratégias para resolver os problemas matemáticos. Mostrando de forma clara, passo a passo o método utilizado para chegar ao resultado esperado. É nesta etapa onde o individuo pode relacionar outras situações parecidas, ou que possuam argumentos parecidos ao problema a ser resolvido e utilizar desses recursos já conhecidos, ou estudados, para tornar mais fácil o processo de resolução. Com relação a teoremas e fórmulas, é aqui que é definido qual deles será utilizado, que conceito será aproveitável pra resolver o problema.

3ª etapa: executando a estratégia

Esta é a etapa mais fácil, porém a mais detalhista, onde são colocados em prática, os argumentos descritos no estágio anterior, ou seja, pode-se dizer que em ambiente de sala de aula, com utilização do lápis e papel, este seria o estágio onde o individuo resolve bruscamente o problema proposto. Já em ambiente computacional, com a utilização de um software educacional matemático para resolver problemas sugeridos, compreende-se que este estágio corresponderia a uma aplicação de métodos, componentes, e funções, onde o software utilizado consiga gerar um resultado claro para o problema proposto.

4ª etapa: revisando a solução

Digamos que esta seria a etapa mais importante do processo de resolução de problemas, neste estágio de revisão da solução são verificados a solução obtida, como também seus resultados e argumentos utilizados.

Essas etapas para resolver problemas matemáticos, serão relacionadas com o desenvolvimento deste trabalho, aplicadas de modo linear com a ferramenta Geogebra, onde possa facilitar a interpretação do problema para ser desenvolvido, como também tornar clara a compreensão da solução gerada pela ferramenta, de modo que o indivíduo obtenha o resultado referente a resolução mostrada pelo software.

2.4 ENSINO E APRENDIZAGEM DO AMBIENTE COMPUTACIONAL

Nesta secção, apontaremos a importância da utilização de softwares educativos, para o aprendizado do aluno. São os objetos de aprendizagem, que segundo Mendes, Souza e Caregnato (2004), são recursos digitais construídos por meio de linguagens de programação (HTML, Java), ou ferramentas de autoria tais como: editores de textos, imagens e de recursos multimídia, que permitem a construção de jogos, textos, áudios, vídeos, gráficos e imagens. Todos eles são subsídios para o processo de aprendizagem do aluno.

Na visão de Santos (2003) o computador pode ser um objeto de complementação e aperfeiçoamento que possibilita mudança na qualidade do ensino. Alguns softwares educacionais permitem que o estudando desenvolva aquilo que realmente deseja, colocando em prática suas idéias cognitivas.

E complementa dizendo que: o conceito de software ou programa é aquele que possui uma seqüência lógica de instruções que são executadas pelo computador. Já um software educacional é uma ferramenta capaz de educar, informar e ensinar (SANTOS, 2003).

O uso de tecnologias como a informática em sala de aula é um meio adequado de ensino, que disponibiliza vários métodos para que ocorra a aprendizagem, como é o caso dos softwares educativos.

2.5 SOFTWARE DE GEOMETRIA DINÂMICA

Dentre os vários modelos de software, apresentamos o de geometria dinâmica. Entende-se por geometria dinâmica como o estudo das propriedades do conjunto de desenhos representando uma mesma figura cujo objetivo é favorecer representações dos objetos bem como as relações geométricas e representações não limitadas como as do papel e lápis, mas sim as que permitem ultrapassar estas limitações e facilitar a visualização de propriedades geométricas ou intuitivamente a leitura geométrica dos desenhos (BELLEMAIN, 2000 apud BALDINI, 2004). Alguns programas possibilitam a performance de objetos ou figuras geométricas de forma prática e dinâmica com cita Gravina (1996, p. 13), quando expõe:

[...]Nestes ambientes conceitos geométricos são construídos com equilíbrio conceitual e figural; a habilidade em perceber representações diferentes de uma mesma configuração se desenvolve; controle sobre configurações geométricas levam a descoberta de propriedades novas e interessantes. Quanto às atitudes dos alunos frente ao processo de aprender: experimentam; criam estratégias; fazem conjeturas; argumentam e deduzem propriedades matemáticas. A partir de manipulação concreta, "o desenho em movimento", passam para manipulação abstrata atingindo níveis mentais superiores da dedução e rigor, e desta forma entendem a natureza do raciocínio matemático.

Geometria dinâmica segundo Bellemain (2000, p. 202), é aquela que:

[...]Tem por objetivo fornecer representações dos objetos e relações geométricas que permitem ultrapassar as limitações dos desenhos geométricos no ambiente papel lápis e facilitam a visualização de propriedades geométricas.

O software de geometria dinâmica é uma ferramenta que permite ao educando, experimentar, construir e manipular objetos ou desenhos geométricos além de testar elementos construídos e compreender as relações entre uma propriedade geométrica e outra já existente, ficando assim explícito a diferença de um software dinâmico de um comum.

2.6 GEOGEBRA "FERRAMENTA PARA GEOMETRIA DINÂMICA"

A ferramenta de aprendizagem escolhida nesta pesquisa para auxiliar professores e alunos no melhor entendimento da geometria é o Geogebra.

Desenvolvido pelo professor austríaco Ph.D e pesquisador na área de informática aplicada a educação matemática Markus Hohenwarter, na Universidade Americana Florida Atlantic University no ano de 2002, o Geogebra recebeu muitos prêmios internacionais incluindo o prêmio de software educacional Alemão e Europeu cujo objetivo é o ensino e aprendizagem de Álgebra e Geometria para Ensino Médio. É um software gratuito de matemática dinâmica, interativo e, pode ser utilizado em ambiente de sala de aula. Reunindo recursos de geometria, álgebra e cálculo, possui várias características gerais que são favoráveis a sua utilização. É encontrado no site

http://www.geogebra.org/cms/, pode ser acessível por qualquer usuário e pode ser instalado em diversas plataformas de sistemas operacionais (Windows, LINUX, Macintosh)(MILANI, 2008).

O Geogebra possui varias ferramentas encontradas nos softwares tradicionais como: retas, segmentos, pontos e seções cônicas. Além dos recursos mencionados, o Geogebra possui um campo para entrada de equações e coordenadas que, podem ser inseridas diretamente, também, apresenta ao mesmo tempo duas representações diferentes de um mesmo objeto: a representação geométrica e a representação algébrica.

Segundo MILANI (2008) o software Geogebra possibilita fazer manipulações diretas sobre diferentes representações de um mesmo objeto matemático favorecendo a concretização mental de conceitos. Uma expressão na janela algébrica está correspondida a um objeto na janela geométrica como também construindo uma figura na janela geométrica a sua expressão poderá ser visualizada na janela algébrica.

Por se tratar de um programa interativo de interface o Geogebra permite influenciar o estudante na criatividade com elaboração de atividades e na percepção de propriedades existentes na geometria, apesar da movimentação em suas propriedades, elas serão conservadas.

3 DESENVOLVIMENTO

O desenvolvimento deste trabalho está focado na prática de conceitos matemáticos, precisamente de geometria plana, em ambiente computacional, utilizando-se do *software* "Geogebra", para ilustrar dinamicamente um objeto ou uma figura geométrica, de forma que aumente a percepção e visualização do objeto, onde o aluno ou usuário possa tirar suas próprias conclusões.

3.1 APRESENTAÇÃO AO "GEOGEBRA"

Este estudo esta focado a uma análise não muito detalhada do software Geogebra, mais sim uma análise voltada para a utilização apenas de componentes da ferramenta que possam ajudar a performance de resoluções de problemas geométricos. O presente trabalho terá como foco, mostrar a resolução de dois problemas, retirados de livros didáticos, onde o objetivo principal, será mostrar na ferramenta Geogebra, como será feito (que componente ou método será utilizado) para se chegar a determinada resposta. E com a utilização das quatro etapas de resolução de problemas, citadas neste estudo, será feita uma intersecção destas com a ferramenta, de modo que o indivíduo ou quem está a par esta proposta, compreenda de forma clara e objetiva, a solução gerada para problema proposto.

Este estudo se trata de um *softawe* interativo, de fácil entendimento e manipulação por parte do usuário, pois sua interface é amigável e de simples utilização. Os componentes de construção de figuras são encontrados na parte superior, além de possuir figuras e textos que facilitam a identificação, permitindo ao usuário saber qual componente deve ser utilizado em determinada construção.

Deve ser levado em consideração neste estudo, que o mesmo foi elaborado para pessoas que já possuam um conhecimento prévio da ferramenta.

Ao final será apresentado um problema, para o desenvolvimento do aluno.

3.2 DEMONSTRAÇÃO DA INTERFACE DO GEOGEBRA

Ao abrir o programa é mostrada ao usuário, seja ele o professor ou aluno, uma tela inicial com ferramentas (componentes para utilização), janela de álgebra, janela de geometria, campo de entrada de álgebra e outras funções disponíveis no Geogebra. Na demonstração temos a apresentação do GeoGebra versão 3.2.46.0 onde encontra-se disponível no site <u>http://www.geogebra.org/cms/</u>. A seguir a tela inicial do programa.



Figura 1: Tela Inicial do Geogebra (Fonte: Geogebra 2010)

Antes de começar a resolução dos problemas propostos na ferramenta Geogebra, o ideal é que o usuário salve o arquivo com o nome específico, correspondendo ao tipo de exercício que será demonstrado. Para salvar o projeto, o procedimento correto é o padrão para a maioria dos softwares existentes. Clique na 1^a opção do menu ferramentas, "arquivo" e em seguida em "gravar", depois coloque um nome para o arquivo a ser salvo. A figura 2 ilustra como é realizada está ação.



Figura 2: Procedimento para salvar arquivo

Encontramos também no software Geogebra a Barra de Ferramentas para construção de vários tipos de objetos geométricos e funções que podem ser aplicado nos mesmos. Para acessar qualquer opção na barra de ferramentas, basta clicar com o mouse em qualquer opção que desejar referente ao objeto que deseja criar no plano geométrico (janela de geometria), logo em seguida abrirá uma lista de itens ou componentes referentes ao tipo de opção selecionada, depois é só escolher a opção que deseja com apenas um clique do mouse. A figura 3 a seguir, mostra um exemplo na escolha da opção Polígono Regular.



Figura 3: Escolha da opção Polígono Regular

3.3 ALGUNS CONCEITOS DA FERRAMENTA GEOGEBRA

Depois de gravado o arquivo a ser trabalhado, para iniciar conceitos na ferramenta deve-se primeiramente criar um objeto a ser manipulado, antes de mas nada devemos ressaltar que existem componentes que só poderão ser utilizados depois da construção de um objeto ou segmento de reta, pois nada mais são que funções para determinado objeto geométrico, por exemplo, não podemos calcular a área de qualquer que seja o polígono, sem antes criar um polígono, seja ele normal onde seus lados são de diferentes tamanhos, ou regular, onde o comprimento de um vértice a outro, seja de igual medida. Sabendo este conceito, torna-se mais fácil a aplicação de estudos matemáticos no Geogebra, no entanto será feita uma síntese entre a ferramenta Geogebra e o a concepção da idéia de resolver problemas, que se refere a quatro etapas para obtenção do resultado esperado, com relação ao problema tratado.

Para criar um objeto, ou seja, um ponto qualquer no plano geométrico, basta selecionar a segunda opção da barra de ferramentas, escolha a primeira opção da lista referente ao componente selecionado, "novo ponto", direcionar o mouse até o plano geométrico onde poderá criar um ponto com coordenadas x, y. Note que o mouse na janela geométrica fica em forma de cruz, o usuário poderá criar quantos pontos quiser, basta clicar sob qualquer lugar do plano geométrico.

Outro importante recurso que pode ser utilizado para o processo de ensino aprendizagem para melhor percepção das etapas de construção dos objetos, é o "protocolo de construção" e a "barra de navegação" encontrados na opção exibir do menu principal do Geogebra. O protocolo de construção, nada mais é, que uma tela, onde são apresentadas as construções realizadas pelo usuário da ferramenta, e a seqüencia o qual foram elaboradas.

Na barra de navegação, é demonstrada passo a passo em uma tela, a construção de determinado objeto, é como se fosse um vídeo ou um flash do desenvolvimento do mesmo. Este recurso proporciona melhor compreensão do objeto criado, tanto pelo usuário do *software*, para melhor tirar suas conclusões, como também

para quem irá visualizar o objeto final (pronto) e entender como a pessoa que aplicou determinado conceito, chegou ao resultado obtido.

Para alterar a cor de algum objeto, deve-se clicar com o botão auxiliar do mouse sobre o objeto em questão, em seguida em propriedades. Na caixa de diálogo que abrir, terá uma aba acima, escrita "cor" como também "estilo" onde poderá ser alterado o preenchimento e a espessura do objeto.

Esses conceitos são de grande valia, para começar a trabalhar de maneira satisfatória com o *software*.

3.4 PROPOSTA DE ENSINO DE GEOMETRIA UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA

A partir daqui, será proposto uma metodologia de ensino onde o professor ou o aluno possa se utilizar dela, para trabalhar com o Geogebra, e tirar suas conclusões sobre o resultado atingido pelo *software*, que serão aplicados conceitos para resolução de problemas matemáticos no mesmo, com estreita relação as quatro etapas de resolução de problemas matemáticos, onde possibilitará a interpretação final dos problemas propostos ao *software*. Também serão apresentadas atividades para o desenvolvimento do aluno, onde o mesmo já tenha obtido o conhecimento esperado sobre a ferramenta, com utilização da proposta de ensino que irá ajudar o professor ou quem irá utilizar este estudo, com a finalidade de aprimorar os estudos da matemática, tentando enxergar a mesma, de uma maneira dinâmica, fugindo um pouco do ambiente de sala de aula.

3.4.1 Exemplos de Problemas Geométricos para Resolução

Lembrando que este estudo é elaborado para um público alvo que já possua um conhecimento básico dos conceitos, funções e componentes do Geogebra. E buscando realizar uma intersecção entre a prática de utilização do *software* e as etapas de resolução de problemas, para melhor compreensão do problema matemático apresentado e percepção do resultado final (gerado pelo *software*), iremos mostrar a partir daqui, a resolução de dois problemas matemáticos na ferramenta, referentes a geometria, e relacionar as quatro etapas de resolução de problemas para compreender o problema tratado.

A junção entre o software Geogebra, e as etapas de resolução de problemas possibilita ao usuário, maior facilidade para se obter o resultado esperado, e depois de resolvido o problema, permite que o indivíduo adquira informações pertinentes ao resultado alcançado.

Foram abstraídos dois problemas, tirados de livros didáticos, para ser resolvido no Geogebra, o primeiro foi tirado do livro Conexão com a Matemática de Barroso (2010). Logo abaixo temos o enunciado do problema escolhido para aplicação na ferramenta.

Problema 1

Um grupo de escoteiros deve atravessar um rio caudaloso. Para isso, o melhor nadador deve cruzar o rio com uma corda de 30 metros e amarrá-la do outro lado.

a) Como saber se a corda é suficientemente comprida?

b) Eles podem cruzar o rio com ajuda da corda?

A Figura 1 a seguir, mostrada a situação problema a ser tratada pela equipe de escoteiros.



Figura 4: Calculando o comprimento da corda (BARROSO, 2010)

O problema proposto será resolvido, com utilização da ferramenta, como também das etapas de resolução de problemas matemáticos.

A seguir, as etapas de resolução de problemas ligadas à prática na ferramenta Geogebra.

Etapa 1: Compreensão do problema

- De acordo com o que foi citado neste estudo, podemos afirmar que, o principal objetivo deste problema é verificar se a corda possui o comprimento necessário para se atravessar o rio, ou seja, calcular a metragem necessária para a travessia do rio.

- Com base na figura, percebe-se que o problema pode ser resolvido com utilização do Teorema de Pitágoras. O conceito mais popular deste Teorema é o seguinte: Em um triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos deste triângulo (GIOVANNI, BONJORNO, GIOVANNI, 2002).

- Sabemos também, a medida da corda, 30 metros, a dos catetos referentes ao triângulo retângulo localizado entre a margem do rio e o tronco de árvore onde a corda esta amarrada, com medidas 9 e 7 metros, e também a medida de um outro cateto do triângulo retângulo fixado entre a margem do rio, e a árvore do outro lado do rio, com comprimento de 20 metros dando continuidade aos 7 metros do triângulo menor, conforme a figura.

Etapa 2: Construção de uma estratégia de resolução

Feita a análise do problema, é importante elaborar uma estratégia para resolver o mesmo. Os critérios abaixo correspondem a este procedimento.

- Será necessário criar uma reta com comprimento fixo de 27 metros, com dois pontos em suas extremidades, ponto A e B.

- Criar também duas retas perpendiculares aos pontos A e B.

- Criar outro segmento com comprimento fixo de 7 metros, onde começará no ponto A e terminará em cima da reta AB, gerando um ponto C.

- Calcular o comprimento entre o ponto C e B.

- Feito isso, deverá ser criado um novo ponto, chamado ponto D, em cima da reta perpendicular que corta o ponto A, este ponto deve ser gerado abaixo de A, com distância de 9 metros entre o mesmo e o ponto A.

- Para fechar os triângulos retângulos, é necessário construir uma reta que corda os pontos D e C e necessariamente a reta perpendicular a B.

- Criar um novo ponto E na intersecção da reta que corta os pontos D e C, e a reta perpendicular ao ponto B.

- Feito isso, é necessário criar dois polígonos, um que liga os pontos A, C e D e o outro os pontos C, B e E.

- Para validar o Teorema de Pitágoras, deve ser criado um quadrado, em cada lado dos triângulos retângulos, e posterior a isso, calcular a área dos mesmos, para assim obter a largura necessária para se atravessar o rio.

Etapa 3: Executando a estratégia

Para está etapa, iremos mostrar na ferramenta Geogebra, como será resolvido o problema proposto, com base na elaboração da estratégia de resolução.

- a) Abra um arquivo novo.
- b) Salve o mesmo com um nome referente ao problema em questão. Por exemplo, "calculo da largura para atravessar o rio".
- c) Em seguida selecione a terceira opção da lista do terceiro componente, "Segmento com Comprimento Fixo", clique sobre o plano para gerar um ponto, e aparecerá uma caixa de diálogo perguntando sobre o comprimento do segmento, digite 2700, correspondendo a 2700 centímetros, pois o Geogebra só trabalha com esta escala de medida. Gire a bolinha do mouse até conseguir visualizar por completo a reta. Veja a Figura 5 a seguir.



Figura 5: Construção de segmento com comprimento fixo

d) Depois, construa duas retas perpendiculares aos pontos A e B, (Figura 6) com utilização da primeira opção do quarto componente da ferramenta chamada "Reta Perpendicular". Lembrando sempre de clicar primeiro no ponto, depois sobre a reta.



Figura 6: Construção de retas perpendiculares aos pontos A e B

- e) Utilizar novamente o componente "Segmento com comprimento Fixo", clicar sobre o ponto A e na caixa de diálogo digitar o valor 700 que corresponde a 7 metros.
- f) Em seguida, crie um novo ponto, utilizando o componente mais básico da ferramenta, chamado "Novo Ponto" e clique sobre a parte inferior da reta perpendicular a A para gerar o ponto D, ou seja, este ponto deve ser criado abaixo do ponto A.
- g) Utilize o componente "Distância, Comprimento ou Perímetro" para calcular a distância entre o ponto D e o ponto A.
- h) Movimente o ponto D, até que o comprimento do mesmo seja igual a 900 centímetros, correspondendo assim a 9 metros. Para que haja precisão na medida do comprimento ao movimentar o ponto, de um zoom com a bolinha do mouse para encontrar o valor preciso.



Figura 7: Construção dos pontos C e D a 900 centímetros de A

- Agora será necessário utilizar o componente "Reta Definida por Dois Pontos", para traçar um segmento de reta, entre os pontos D e C, onde automaticamente este segmento cruzará a reta perpendicular que corta o ponto B.
- j) Crie um novo ponto, utilizando a segunda opção do segundo componente da ferramenta, "Intersecção de Dois Objetos" para criar o ponto E, na intersecção da reta que corta D e C, e a reta perpendicular a B.
- k) Calcule a distância entre o ponto C e B, utilizando o componente "Distância, Comprimento ou Perímetro" clicando primeiro sobre qualquer um deles e depois no outro. A figura 8 a seguir mostra como esta a construção dos triângulos que representam a figura do problema.



Figura 8: Componente Interseção de Dois Pontos indicado pelo ponto E

- Após ter gerado visivelmente os triângulos retângulos, é importante para que seja possível mostrar a valide do Teorema de Pitágoras, e assim chegar a conclusão exata da largura para se atravessar o rio.
- m) Construir dois polígonos referentes aos pontos A, C, D e B, C, E com utilização do componente "Polígono". É necessário clicar, sobre o ponto A, em seguida em C, depois em D, e por fim, para fechar o polígono, novamente em A. Faça o mesmo procedimento para os pontos B, C e E.
- n) Feito isto, basta utilizar o componente "Polígono Regular", e como já vimos nesta proposta, criar um quadrado em cada lado do triângulo retângulo, ou seja, clique sobre os pontos A em seguida em C, nesta ordem, e aparecerá a caixa de diálogo, perguntando o numero de vértices, digite 4, para validar o Teorema, faça isso para todos os lados.
- o) Utilize o componente "Área" para validar o comprimento dos lados mencionados. Clique sobre cada quadrado, para gerar a área. A Figura 9 a seguir demonstra o resultado final para o problema.



Figura 9: Validação do Teorema de Pitágoras na ferramenta

Etapa 4: Revisando a Solução

Digamos que esta é a etapa mais importante da resolução de problemas, pois é aqui onde o resultado ou resolução do problema gerado é revisado, de modo que o indivíduo compreenda os resultados atingidos pelo software, e chegue a conclusões que possam responder as perguntas feitas no enunciado.

De acordo com o que foi apresentado no Geogebra, a notação de Pitágoras é valida na ferramenta, pois a soma da área dos catetos dos triângulos, correspondente a área do quadrado localizado na hipotenusa do triangulo em questão.

Mas para encontrarmos a largura necessária para se atravessar o rio, é ideal realizar cálculos de acordo com o resultado que a ferramenta nos mostra.

Pode-se dizer que no triângulo menor, ao somarmos as áreas dos quadrados dos catetos deste triângulo de valor 809992,28 ou aproximadamente 810000 centímetros ao quadrado de área com 490000 centímetros ao quadrado de área, encontraremos uma área de 1300000 centímetros ao quadrado de área onde satisfaz a condição de Pitágoras. Na matemática, sabemos que a área do quadrado é sempre seu lado ao quadrado, ou seja, lado vezes lado, assim podemos afirmar, que se o lado elevado ao quadrado é igual a área deste quadrado, então o lado deste quadrado é a raiz quadrada da área, logo a raiz de 1300000 é igual a 1140,17 centímetros de lado, ou seja foi encontrado um pedaço da largura do rio. Para saber o restante é necessário seguir a mesma linha de raciocínio. Onde somando as áreas dos quadrados, referente aos catetos do triângulo retângulo maior, de valores 4000000 e 6612181,92, encontrase o valor 10612181,92 centímetros ao quadrado de área. Para calcular a raiz deste valor, seria necessário uma calculadora científica ou um algoritmo computacional que faça isso, mais para facilitar o Geogebra nos mostra o resultado gerado, que corresponde à 3257,63 centímetros de lado.

Somando os comprimentos encontrados (1140,17+3257,63) para a largura da travessia do rio, resultamos em um valor 4397,81 centímetros, onde podemos concluir que a corda de comprimento 30 metros não será suficiente para a travessia, pois 4397,81 dividido por 100 é igual a aproximadamente 44 metros de largura.

Observação: Não teria necessidade de passar por todas estas etapas, para se obter o resultado final do problema. Apenas com utilização do componente "Distância, Comprimento e Perímetro", já conseguiríamos, obter a resposta para este tipo de problema, apenas clicando sobre o ponto D e E, já seria calculado a largura do rio, e conseqüentemente, compreenderíamos que o comprimento da corda não é suficiente, para a travessia. Ver Figura 10.



Figura 10: Distância em centímetros da largura da travessia do rio

O segundo problema, diz respeito, a modelagem matemática na construção de telhados, retirado do livro Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática de Maria Salett Biembengut. Abaixo temos o segundo problema escolhido pra aplicação na ferramenta.

Problema 2

Calcular o total de madeira em metros, utilizado por um carpinteiro para a construção de duas tesouras. Levando em consideração, que a casa em questão, possui uma área de 80 metros quadrados, ou seja, cada metade da tesoura terá como medida 4 metros de largura, e sabendo que a inclinação deste telhado é relacionado a largura da tesoura, onde para cada metro na horizontal, a tesoura terá um aumento de 20 centímetros na vertical, ou seja, seu pontalete central, aumentará 20 centímetros de altura. Isso somente para telhados que será coberto com telhas do tipo "francesa" ou "paulistinha".

As duas vigas internas da tesoura (chamada de mão francesa) devem estar com um de seus vértices fixados na base do pontalete, e o outro no ponto médio do comprimento de inclinação.

Calcule também quantos metros de madeira serão utilizados, caso a largura da tesoura seja alterada para 6 metros, levando em consideração que seria construída em uma casa de 78 metros quadrados.

Por fim, calcular a inclinação.

As Figuras 11 e 12, a seguir, ilustram que tipo de tesoura esta sendo tratado no enunciado e quais os tipos de telha serão utilizados para a cobertura.



Figura 11: Modelo de tesoura inglesa para telhas francesa ou paulistinha Fonte: http://www.gr-acad.com.br/arqui/Tesoura2.gif



Figura 12: Telhas francesa e colonial paulista (paulistinha) Fonte: Barroso (2010, p. 334)

Outro critério que deve ser compreendido, antes de começar o processo de resolução, é que o número de tesouras existentes em uma cobertura, vária conforme a área total da casa. Lembrando que o problema em questão, refere-se à uma casa com área de 80 metros quadrados, conseqüentemente está casa, possuirá duas tesouras em sua cobertura, mostrado de forma clara no enunciado do problema.

Etapa 1: Compreensão do problema

- Com relação ao enunciado do problema pode-se entender que o objetivo principal para o mesmo, é calcular a quantidade de madeira necessária para a construção de duas tesouras idênticas, que serão utilizadas na cobertura da casa de 80 metros quadrados. Como também sua medida de inclinação.

- Sabe-se que a tesoura mede 8 metros de largura por completo, com 80 centímetros de altura. Onde para cada metro na horizontal, a partir do centro da mesma, tem-se 20 centímetros na vertical. Feito isto, será necessário diminuir a largura da tesoura para 6 metros.

- Verificar quais alterações relação ao total de madeira.

- A mão francesa, deve estar fixada na base do pontalete central, como também no centro da viga de inclinação.

Etapa 2: Construção de uma estratégia de resolução

Feita a análise do problema, é importante elaborar uma estratégia para resolver o mesmo. Os critérios abaixo correspondem a este procedimento.

- Deverá ser criada uma reta definida entre dois pontos, A e B, com comprimento de 8 metros.

- Criar um novo ponto C no centro deste segmento.

- Feito isso, construir uma reta perpendicular ao ponto C, onde será o pontalete da tesoura.

- Criar novamente um novo ponto D, sobre a reta perpendicular a C, este ponto deve estar acima do ponto C.

- Agora deverá ser criado duas retas, uma que une os pontos A, D e outra os pontos B, D. Essas retas serão as vigas de inclinação do telhado.

- Calcular o comprimento dos pontos D,C afim de que a distância entre eles seja de 80 centímetros.

- Criar um ponto no centro de cada viga de inclinação, pontos E e F.

- Construir dois seguimentos, correspondentes a mão francesa da tesoura, que dará sustentação a armação, um destes segmentos deve ser ligado do ponto C ao ponto E, como também o outro, do ponto C ao ponto F.

- Calcular o comprimento dos segmentos correspondente a mão francesa e as vigas de inclinação.

- Somar a medida de todos os segmentos.

- Diminuir a tesoura para 6 metros de largura e observar a diferença.

Etapa 3: Executando a estratégia

Como foi dito, está etapa mostra as aplicações das estratégias elaboradas anteriormente na ferramenta Geogebra.

a) Abra um arquivo novo.

- b) Salve o mesmo com um nome referente ao problema em questão. Por exemplo, "calculo de madeiramento para tesouras de telhado".
- c) Em seguida selecione a segunda opção do terceiro componente da ferramenta, "Segmento definido por Dois Pontos", clique duas vezes sobre o

plano, para criar os pontos, deixe uma distância razoável entre esses pontos (entre um clique e outro).

d) Crie um novo ponto C no centro da reta A, B utilizando a terceira opção do segundo componente, "Ponto Médio ou Centro". Clique sobre a reta e a ferramenta mostrará o novo ponto C gerado. Veja a figura 13.



Figura 13: Segmento de reta AB com ponto médio C

- e) Logo após ter criado o ponto C, selecione a primeira opção do quarto componente da ferramenta "Reta perpendicular". Clique sobre o ponto C, logo em seguida, clique sobre a reta AB, automaticamente aparecerá uma reta perpendicular a C.
- f) Ao ser construído a reta perpendicular, sobre ela deve-se ter um novo ponto
 D, localizado a cima do ponto C. Este ponto D será o topo da tesoura.

g) Criar duas retas para unir os pontos A, D e B, D, com utilização do componente "Segmento definido por Dois Pontos". Esses dois segmentos serão a inclinação que a tesoura possuirá.

A Figura 14 a seguir ilustra as construções realizadas com o componente "Segmento definido por Dois Pontos".

💮 GeoGebra					
Arquivo Editar E	xibir Opções I	ferramentas Jar	nela Ajuda		
k. •^.	22	▶. ⊙ .(· [==]	🕂 🍃
Objetos Livres	Rets Def	nida por Dois Por	ntos		
B = (3.74, - Cojetos Depe	🦯 Begmend	o definido por Doi	is Pontos		
- 9 0 - (0.72.) - 9 a - 6.06	> Segment	o com Comprime	nto Fixo		
⇒ bc -6.06x • ⇒ c = 3.41	Seminet	a Definida por Doi	is Piontos		
	🖍 Vetor Der	Inido por Doils Po	ntos		
	Vetor a P	artir de um Ponto			
	9	~	c		.8
(Common)			il.		
G. Fugada:					ComisingoY

Figura 14: Segmento definido por Dois Pontos

 h) Utilize novamente o componente "Ponto Médio ou Centro" para criar dois novos pontos sobre as retas AD e DB. Veja a Figura 15.



Figura 15: Pontos centrais às retas AD e BD

- i) Com uma nova utilização do componente "Segmento definido por Dois Pontos", ligue o ponto E ao ponto C e o ponto F ao ponto C. Essas serão as duas mãos francesas do esquema.
- j) Depois disso, deve-se usar o componente "Distância, Comprimento e Perímetro" para medir todos os segmentos criados.
- k) Feito isso será necessário rodar a bolinha do mouse para distanciar o objeto, dando menos zoom, e com o componente "Mover" selecionado iremos deslocar o ponto B, clicando, segurando e arrastando. Faça isso até que encontre o valor exato de 800 centímetros na ferramenta, que correspondem a 8 metros de largura da tesoura. Após este procedimento, faça o mesmo com o ponto D, até encontrar o valor 80 centímetros. Lembrese de girar sempre a bolinha do mouse para aumentar ou diminuir o zoom da figura, assim o valor exato da medida poderá ser encontrado. Não se esqueça de utilizar a janela algébrica para visualizar as medidas, caso não consiga visualizá-las na janela geométrica, devido o zoom ser muito próximo do objeto. A Figura 16 mostra como ficou a tesoura, após essas etapas.



Figura 16: Esquema de Tesoura Inglesa para Telhados

- Utilize o componente "Inclinação" para visualizar a mesma, nas retas AD e BD.
- m) Por fim, com utilização do componente "Mover", traga a largura do telhado, movimento tanto o ponto A como o B, para 600 centímetros, que correspondem a 6 metros. Veja a diferença na Figura 17.



Figura 17: Esquema de Tesoura Inglesa com largura de 600 centímetros

Etapa 4: Revisando a Solução

Com relação as soluções apresentadas pela ferramenta, podemos dizer que o carpinteiro gastará para a casa de 80 metros quadrados, com tesoura de largura 800 centímetros, 407,92 x 2 = 815,84 centímetros ou aproximadamente 8,15 metros de vigas para a inclinação, 203,96 x 2 = 407,92 centímetros, aproximadamente 4 metros para a parte de mão francesa mais os 80 centímetros de pontalete, mais os 8 metros de largura da base. Resultando em um total para a tesoura de 20,95 metros, aproximadamente 21 metros de madeira, melhor dizendo, 42 metros para as duas tesouras, respectivamente. Sua inclinação, como a Figura 16 mostra é de 0,2, ou seja uma inclinação de 20% com relação a metade da largura da base do objeto. Este valor é fixo tanto para o primeiro calculo, quanto para o segundo.

Depois de ajustado a largura do objeto tesoura para 600 centímetros, obtemos os seguintes valores: $152,97 \times 2 = 305,94$ centímetros ou 3,05 metros para a mão francesa, $305,94 \times 2 = 611,88$ centímetros ou 6,11 metros para a viga de inclinação mais 60 centímetros de pontalete e 6 metros de largura da base, resultando em um total de 15,76 metros por tesoura, onde o carpinteiro precisará gastar 31,52 metros de madeira para construir duas dessas, onde será fixa em um telhado para com casa de 78 metros quadrados.

Como já havia dito, perceba que a inclinação permanece inalterada.

A conclusão que temos, é que para tesouras de 8 metros de largura com 80 centímetros de altura serão gastos 5,24 metros a mais de madeira por tesoura, com relação às tesouras de 6 metros de largura e 60 centímetros de altura.

Lembrando que os cálculos que foram efetuados, não mostram a quantidade de madeira que o carpinteiro irá gastar para o telhado por completo. Para isso seria necessário realizar outros cálculos mais complexos na ferramenta. Está resolução também não mostra ao final, a quantidade de telhas necessárias para se cobrir determinada cobertura. Apenas é citado no exercício que para a tesoura inglesa, são geralmente utilizadas os tipos de telhas, francesa e paulistinha.

3.4.2 Atividades para desenvolvimento do aluno

A seguir será proposto um problema, retirado do livro "Conexões com a Matemática", (BARROSO, 2010) para que o aluno possa resolver o mesmo, utilizando o conceito abordado neste trabalho, ou seja, resolve-lo com utilização da ferramenta "Geogebra" em estreita relação as quatro etapas de resolução de problemas.

A resolução deste deve ser realizada conforme foi mostrado na proposta.

Problema 3

Na esquina da rua do sol com a rua da lua, há um terreno triangular com 36 metros de frente para a rua do sol e 54 metros de frente para a rua da lua. Essas duas ruas se cruzam perpendicularmente. Nesse terreno, construiu-se uma horta e, ao cercála, obteve-se uma região quadrada PQRS, conforme figura.

- a) Quantos metros de cera foram gastos?
- b) Determine que porcentagem do terreno é ocupada pela horta?



A Figura 18 ilustra o problema em questão.

Figura 18: Construção de horta no triângulo retângulo. Fonte: Barroso (2010, p. 310)

4 CONCLUSÕES

Não se pode negar que os avanços tecnológicos provocaram mudanças na atual sociedade, pois está presente no dia-a-dia, desta forma, não pode ficar de fora do ambiente escolar.

Ao findar esta pesquisa, chegamos à conclusão que trabalhar com recursos tecnológicos, como a informática, no ambiente educacional, pode ajudar a enriquecer o processo ensino-aprendizado do aluno de maneira mais significativa.

O *software* Geogebra é um recurso didático-pedagógico que pode ser aplicado para melhorar a aprendizagem matemática dos alunos. É uma ferramenta ainda não muito conhecida entre os educadores, mas que está sendo revelada aos poucos.

O principal desafio observado é o modo como o mesmo deve ser utilizado nos ambientes escolares, principalmente estruturando suas atividades no livro didático do aluno. Ao apresentar esta proposta, como um guia para resolver problemas matemáticos, poderá ser de grande valia para a utilização do professor, onde o mesmo poderá obter resultados satisfatórios. O software é de fácil acesso, além de ser gratuito, o software apresenta interfaces simples, fácil de utilizar que estimulam a construção do conhecimento, favorece o questionamento e a criatividade e apresenta menus coerentes.

As entidades educacionais, principalmente as da rede pública do estado do Paraná, contam com um laboratório de informática em suas dependências, que disponibilizam em seu sistema vários *software* educativo, dentre eles o Geogebra, fonte de estudo desta pesquisa.

Diante do fato de que a maioria das escolas possui vários recursos tecnológicos, dentre eles os laboratórios de informática. Esta proposta veio para mostrar aos professores da disciplina de matemática, como é possível utilizar o *software* educacional de geometria dinâmica, "Geogebra", nas atividades contidas em livros didático.

Ao fazer uso do laboratório de informática, bem como do *software* em questão, as aulas tornam-se mais significativas e interessantes.

Através desta pesquisa, foram apresentados os conceitos principais do software, relacionando-o a técnica de resolução de problemas, criando assim um quia prático para professores e alunos do ensino médio. Pode-se observar que, as duas metodologias sendo aplicadas juntas podem facilitar a realização de cálculos complexos bem como compreender melhor as relações entre uma propriedade e outra a ser tratada, onde o software Geogebra, principalmente torna isso possível, pois o mesmo possibilita ao usuário movimentar dinamicamente um objeto pronto ou em desenvolvimento, mostrando de forma rápida e clara, as alterações que ocorrem em seus atributos. Contudo a ferramenta Geogebra e as etapas de resolução de problemas em conjunto, tornam o processo de resolução mais simples e fácil, podendo chegar a um resultado satisfatório para qualquer que seja o problema matemático em questão, onde o software possibilita maior eficácia na construção de figuras, além de possuir uma interface amigável com o usuário e facilidade na manipulação de seus componentes, como também rapidez e agilidade nas tarefas. Já as etapas de resolução facilitam o modo de entendimento do problema, desde a sua compreensão, passando pela construção de uma estratégia de resolução, depois a execução dessa estratégia e por fim a revisão da solução.

A intenção ao finalizar a pesquisa, é dar andamento aos estudos e apresentar a presente proposta a professores e alunos de uma escola de nível médio, do município de Barra do Jacaré, para que os mesmos possam vir a adquirir um conhecimento maior sobre o *software*. A proposta foi lançada, mas para obter sucesso é preciso estar em constante atualização.

Cabe ao professor, utilizar a ferramenta disponível no ambiente escolar, como contribuição ao aprendizado do aluno.

5 REFERÊNCIAS

BALDINI, L. A. F. **Construção do conceito de área e perímetro**: uma seqüência didática com auxílio de software de geometria dinâmica. Londrina, 2004. 211 f. Dissertação. (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina.

BARROSO, J. M. Conexões com a matemática. 2010.

BELLEMAIN, Paula M. B. & BITTAR, Marilena. **O ensino da geometria e a teoria dos campos conceituais**. UFPE, 2000.

BIEMBENGUT, Maria Salett. Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática. Blumenau, 1999.

BORBA, Marcelo de Carvalho e PENTEADO, Miriam Godoy. Informática e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2003 a. – (Coleção Tendências em Educação Matemática).

CARVALHO, A. M. T.; MAGNA, N. M. P.; GOMES, M. T. Fundamentos teóricos do **Pensamento Matemático**. Curitiba: IESDE, 2005.

CYSNEIROS, Paulo G. . Novas tecnologias no cotidiano da escola. Disponível no site: http://.anped.org.br/inicio.html . Acesso em: 22de maio de 2011.

GeoGebra 3.2.46.0. http:// www.geogebra.org/cms/. Acessado em: 11 mar. 2011.

GIOVANNI, J.R.; BONJORNO, J. R.; JR.; J. R. G. **Matemática completa**: ensino médio. São Paulo: FTD, 2002. GRAVINA, M. A. (1996). **Geometria Dinâmica**: uma nova abordagem para o aprendizado de geometria. In: VII SBIE - Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, Anais..., Belo Horizonte. p.1-14. Disponível em: http://www.mat.ufrgs.br/~edumatec/artigos/artigos.htm. Acessado em: 01 mar. 2011.

MENDES, Maria Rozi; SOUZA, Vanessa Inácio; CAREGNATO, Sônia Elisa. **A propriedade intelectual na elaboração de objetos de aprendizagem**. In: CINFORM – Encontro Nacional de Ciência da Informação, 5. 2004, Salvador. Disponível em: http://dici.ibict.br/archive/00000578/01/propriedade_intelectual.pdf. Acesso em: 18/04/2011.

MILANI, Maisa Lucia Cacita. O uso do software de geometria dinâmica "Geogebra" para o ensino de Geometria Plana: Uma Proposta De Atividades para Alunos Do Ensino Médio. 2008

NASCIMENTO, João Kerginaldo Firmino do. **Informática aplicada à educação**. Brasília : Universidade de Brasília, 2007.

POLYA, George. **Mathematical Discovery: on Understanding, Learning, and Teaching Problem Solving**. 2 vols. John Wiley, 1962-65, p. ix. Disponível em: javascript:download_attachments('INBOX','2609',1,'3','base64','mat450-2001242-seminario-8-resolucao_problemas.pdf') Acesso em: 27/05/2011.

RAMOS, MATEUS, MATIAS, CARNEIRO. **Problemas matemáticos: caracterização, importância e estratégias de resolução.** 2002

SANTOS, M. L. Do giz à era digital. São Paulo: Zouk, 2003.

SAVIANI, Dermeval. **Pedagogia histórico-crítica:** primeiras aproximações. 9. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2005. (Coleção educação contemporânea).

SILVA, Divina Salvador – Especialista em Tecnologias Aplicadas à Educação e em EaD.
Pedagoga - com formação em Orientação, Supervisão e Administração Escolar;
Prof^a/Coord. de Informática Educacional, 2009. Disponível em:
http://www.webartigos.com: <u>A Importância da Tecnologia na Educação</u>, publicado
5/06/2009. Acesso em: 04/06/2011.

SILVA, Edna Lúcia e MENEZES, Estera Muszkat – Metodologia da Pesquisa e Elaboração da Dissertação, 3ª edição, 2001.